(B) Obținerea și descrierea ecuației $AF(x) + Bx = C$

Notă: din acest paragraf vor fi date doar unele elemente, foarte succint (pentru detalii v. bibliogr. (art 12, 13, 14, 18, [0]).

(1) Obținerea ecuației circuitului liniar cu sursă G.

Ideea de bază e aceea că atunci când nu există o valoare G pentru multiportul liniar, să folosim caracterizarea sa hibridă: (v. ref 10 pag 227)

(86) $$y = Hx + c$$

unde $\begin{cases} y_k = v_k \text{ sau } i_k \\ x_k = i_k \text{ sau } v_k. \end{cases}$

Pentru claritate, vom nota ~~cu~~ indicii pentru care y sunt tensiuni cu $\tilde{N}$ și cu $\hat{N}$ ~~pentru~~ cei pentru care y sunt curenți deci

(87) $$\begin{cases} y_k = v_k, \quad x_k = i_k \quad \text{pentru } k \in \tilde{N} \\ y_k = i_k, \quad x_k = v_k \quad \text{pentru } k \in \hat{N} \end{cases} \qquad (87)$$

unde $\tilde{N} \cup \hat{N} = \{1, \ldots, \underbrace{2p+2}_{= n}\}$ $\quad \tilde{N} \cap \hat{N} = \{\phi\}$

Teorema 1 (A) ~~de la pag A~~ ne asigură că $\forall$ n-port liniar are o astfel de caracterizare.

Mai departe să folosim $\boxed{\text{formalismul } \cancel{\text{notația}} \text{ lui Belevitch}}$, pe care îl vom ~~simplifica~~ adapta, pentru claritate.

Să notăm $\quad v = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \quad i = \begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix}$ (88)

înțelegând că pentru $\begin{cases} x = v, & H \text{ numim} \rightarrow G \text{ - matricea admitanțelor de scurt.} \\ x = i & \rightarrow H \text{ numim } R. \end{cases}$

Dacă însă nu există nici G, nici R, vom fi obligați să apelăm la o caracterizare hibridă, adică nici $\hat{N}_1$, nici $\hat{N}_2$ nu sunt valide.

Numai pentru ușurința expunerii să presupunem că am aranjat astfel ecuațiile încât primii k sînt curenți și restul de n-k tensiuni. Deci

Ne vom referi la mărimi la multiporți (cărei sursa de tensiune). Relația este deci:

$$Y = H\,x \quad \text{sau} \qquad (89)$$

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_k \\ v_{k+1} \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = H \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_k \\ i_{k+1} \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix} \qquad (90)$$

(91)

$$\begin{cases} i_1 = h_{11} v_1 + h_{12} v_2 \ldots + h_{1k} v_k + h_{1k+1} i_{k+1} \ldots + h_{1n} i_n \\ \text{— — — — — — — — — — —} \\ i_k = h_{k1} v_1 + h_{k2} v_2 \ldots + h_{kk} v_k + h_{kk+1} i_{k+1} + \ldots + h_{kn} i_n \\ v_{k+1} = h_{k+1,1} v_1 + h_{k+1,2} v_2 \ldots + h_{k+1\,k} v_k + h_{k+1\,k+1} i_{k+1} \ldots + h_{k+1,n} i_n \\ \text{— — — — — — — — — — —} \\ v_n = h_{n1} v_1 + h_{n2} v_2 + \ldots + h_{nk} v_k + h_{n\,k+1} i_{k+1} + \ldots + h_{nn} i_n \end{cases} \qquad (91)$$

(92) Sau:

$$\begin{cases} i_1 - h_{1k+1} i_{k+1} - \ldots - h_{1n} i_n = h_{11} v_1 + \ldots + h_{1k} v_k \\ \text{— — — — — — — — — — —} \\ \cancel{i_2 - h_{2k+1} i_{k+1} \ldots - h_{2n} i_n = h} \\ i_k - h_{kk+1} i_{k+1} \ldots - h_{kn} i_n = h_{k1} v_1 \ldots + h_{kk} v_k \\ - h_{k+1\,k+1} i_{k+1} \ldots - h_{k+1\,n} i_n = h_{k+1\,1} v_1 \ldots + h_{k+1\,k} v_k - v_{k+1} \\ \text{— — — — — — — — — — —} \\ - h_{n\,k+1} i_{k+1} \ldots - h_{nn} i_n = h_{n1} v_1 + \ldots + h_{nk} v_k - v_n \end{cases} \qquad (92)$$

unde nu am făcut decât să luăm noile laturi ~~și porți~~ dintr-o parte și în acela. ~~Asemenea~~

Relația (92) poate fi scrisă condensat:

$$(93)\quad \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 & -h_{1k+1} & \cdots & -h_{1n} \\ 0 & \ddots & & & & \\ 0 & \cdots & 1 & -h_{kk+1} & \cdots & -h_{kn} \\ & & & -h_{k+1k+1} & \cdots & -h_{k+1n} \\ & 0 & & & & \\ & & & -h_{nk+1} & \cdots & -h_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_k \\ \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1k} & & 0 & \\ h_{k1} & \cdots & h_{kk} & & & \\ h_{k+11} & \cdots & h_{k+1k} & -1 & & \\ & & & & \ddots & \\ h_{n1} & \cdots & h_{nk} & & & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \quad (93)$$

Aceasta a fost ideea lui Belevitch. Ea permite deci ca acelei caracterizări hibride de tipul:

$$\boxed{y = Hx} \quad \text{cu} \quad \begin{cases} y_k = v_k \text{ pt } k \in \hat{N} - \text{la noi } \hat{N} = \{1, 2, \dots, k\} \\ y_k = i_k \text{ pt } k \in \hat{N}, \text{ (la noi } (k+1, \dots, n)) \end{cases}$$

să-i corespundă o caracterizare de tipul:

$$\boxed{\Phi \cdot i = P \cdot v} \quad (94)$$

unde așa cum am văzut mai sus, dacă $H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$ (95)

unde prin H_{ik} am reprezentat matricele blocurilor de tip rezistiv, conductiv sau hibrid $\angle_h^g$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1_1 & -H_{12} \\ 0 & -H_{22} \end{bmatrix} \qquad P = \begin{bmatrix} H_{11} & \\ H_{21} & -1_2 \end{bmatrix} \quad (96)$$

și $[1_1, 1_2] = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ 0 & & & \ddots\ 1 \end{bmatrix}$ este matricea unitate (97)

~~Deci~~, Exact la fel se arată că orice multiport liniar, în care sunt prezente surse independente, care are deci o caracterizare

$$\boxed{y = Hx + c} \quad (98)$$

are și o

caracteristica de tipul

$$\boxed{Pv = Qi + c} \quad (99)$$

cu P și c obținute ca mai sus, iar c luând cont de prezența surselor.

Remarcă ~~Remarcăm~~ să în scrierea relațiilor (99) nu e obligatoriu necesar să le deducem din relația hibridă (98). Dezvoltări ele vor rezulta foarte ușor printr-o aranjare atentă, într-o parte și alta a termenilor ecuațiilor unui circuit liniar.

Continuarea este acum la fel ca la ~~din~~ par. precedente (metoda tensiunii). Avem:

$$\begin{cases} Pv' = Qi' + c & (99) \quad \text{(ecuația liniară)} \\ i = TF(v) & \\ v = \tilde{v} - Ri & (42) \quad \text{ecuația neliniară} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i' = -i \\ v' = \tilde{v} \end{cases} \begin{pmatrix} 54 \\ 57 \end{pmatrix} \text{(relația ajutătoare)}$$

Se ajunge imediat la ecuația:

$$\boxed{(PR + Q)TF(x) + Qx = c} \quad (100)$$

adică, un caz particular al ecuației

$$\boxed{AF(x) + Bx = c} \quad (101)$$

Astfel, ne-am atins scopul propus în paragraful precedent. Atunci când G sau R nu vor exista pentru multipolul liniar, vom putea scrie totdeauna ecuația în forma (100).

Când G există dar $(1+RG)^{-1}$ nu, am văzut că se ajunge din nou la o ecuație de tip 101. Aceasta este mulțimea pentru care se verifică interes.

② Definirea claselor de perechi de matrici

Matricile A, B care apar în ecuația (101) vor juca și în teoremele de calitate ce se. un rol similar celor jucate de A, pentru ecuația

$$F(x) + A x = B \quad (102)$$

Cum, dacă în ecuația

$A F(x) + B x = C$ există A^{-1}, o putem și aduce la forma (102) prin înmulțire cu A^{-1}:

$F(x) + A^{-1} B x = A^{-1} C$ (Obs: de fapt așa am și procedat pentru clasa ecuațiilor $T F(x) + G x = B$) este evident că putem folosi în continuare toate rezultatele de la ~~pct~~ par. ©. Să reținem pentru cele ce vor fi important dacă $A^{-1} B \in P_0$.

Totuși în general, nu vom putea face această operație. Mai clar:

Observație fundamentală: Nu există A^{-1} și B^{-1} pentru multiporți care nu admit nici matrice G, nici R.

într-adevăr, cum $\Rightarrow$ „multiporți critici"

$P v = Q i + c$ (99). Dacă ar exista P^{-1}, am avea $v = P^{-1} Q i + P^{-1} c$, și deci o caracterizare prin $G = P^{-1} Q$.

Analog pentru Q^{-1}.

Deci, în cazul acestor multiporți „critici", suntem rilități să luăm în considerație ecuația (101)

$AF(x)+Bx=c$ poate a fi posibilă nici o modi-

ficare ($\det A = \det B = 0$), dacă un $\exists$ G și R

Din observația anterioară se vede că:

<u>Nu există A^{-1}, dacă multiplicitatea nu admite G.</u>

Astfel, va părea spre firească trecerea la clasa de „perechi de matrici", de altfel analoage clasei P_0; Pentru clasele pe care le vom defini W_0, ~~W~~, una din proprietățile de mai jos poate fi considerată definiție, restul teoreme, prop. fiind echivalente:

$\boxed{\text{Proprietățile clasei } W_0}$, de perechi de matrici (A, B)

(1) $\det(AD+B)\neq 0$ $\forall$ D diagonal >0.

(2) $\forall x\neq 0$, $\exists$ un indice k a.î.

$$(A^Tx)_k\neq 0 \text{ sau } (B^Tx)_k\neq 0 \text{ și } (A^Tx)_k(B^Tx)_k\geq 0.$$

(3) $\forall x\neq 0$, $\exists$ o matrice diagonală $D_x>0$ a.î., sau $\langle A^Tx, D_xA^Tx\rangle>0$ sau $\langle B^Tx, D_xB^Tx\rangle>0$ și a.î. $\langle A^Tx, D_xB^Tx\rangle\geq 0$

(4) Înainte de a da și alte prop. echivalente cu (1), (2), (3) să introducem notația $\boxed{\varphi(A,B)}$ <u>mulțimea tuturor matricilor formate din coloane alternate, luate din A sau din B</u>, adică

$M\in\varphi(A,B) \Leftrightarrow \underbrace{M_K}_{\text{(coloana a K-a)}} = A_K$ sau $M_K=B_K$ (aceeași proces amintit la pagina anterioară și la form. teoriei).

Putem din nou nota $\tilde{N}$ indicii K a.î. $M_K=A_K$ și cu $\bar{N}$, K a.î. $M_K=B_K$. De asemenea $\overline{M}$, complementara lui M va fi o matrice formată „pe dos" ca M: $M_K=A_K\Rightarrow \overline{M}_K=B_K$, $M_K=B_K\Rightarrow\overline{M}_K=A_K$.

Aceste două perechi $(M, \bar{M})$ se numesc perechi <u>complementare</u>

Acum putem adăuga următ. prop. echivalente, care sunt desigur mai utile practic:

(4) $\exists$ o matrice $M \in \mathcal{C}(A,B)$ a.î. $\det M \neq 0$ și

$$\det M \cdot \det N \geq 0 \quad \forall N \in \mathcal{C}(A,B)$$

(5) $\forall M, N$ o pereche complementară din $\mathcal{C}(A,B)$, orice valoare λ care satisface $\det(M - \lambda N) = 0$ este nenegativă

(analoagă prop. cu valorile proprii)

$\boxed{(6)}$ Există o pereche (M, N) din $\mathcal{C}(A,B)$ a.î. $M^{-1} N \in P_0$

(7) $\exists M \in \mathcal{C}(A,B)$ a.î. $\det M \neq 0$ și $\forall$ o pereche complementară $M, N \in \mathcal{C}(A,B)$ cu $\det M \neq 0$, $M^{-1} N \in P_0$.

Ultimele relații exprimă legătura cu matricele P_0 și demonstrația lor conține aspecte locale importante asupra întregii probleme. Nu le dăm aici această <u>demonstrație</u>, dar schițăm <u>ideea</u>.

Se pornește de la

$\det(AD + B)$, unde $D = \operatorname{diag}(d_1 \dots d_n)$ și se dezvoltă ca o polinomială: $c_0 d_1 \dots d_n + c_1 d_1 \dots d_{n-1} + \dots + c_{2^n-2} d_n + c_{2^n-1}$

Apoi se analizează semnul polinomialei, care e același $\forall\, d_i$ numai dacă toți coeficienții au același semn.

Legătura dintre (1) și (4) reiese din faptul că acești coeficienți se dovedesc a fi tocmai determinanții a unor matrici din $\mathcal{C}(A,B)$ $\Rightarrow$ toți acești det trebuie să aibă același semn și unul să fie $\neq 0$ (Pt ca polin. să fie > 0 ~~să fie identic nulă~~

Mai departe, pentru acei $M \in \mathcal{C}$ a.î. $\det M > 0$, asociindu-se complementul său $\tilde{M} = N$, se arată ușor că $M^{-1}N \in P_0$, căci această relație e echivalentă cu $\det(M^{-1}N + D) \neq 0\ \forall D$ $\Leftrightarrow \det(MD + N) \neq 0$ (înmulțind cu $\det M \neq 0$)

Ori, ultima relație este imposibilă, căci M și N nu sunt altceva decât A și B, cu rolurile coloanelor „interschimbate"!

O altă clasă de perechi care ar putea fi interesante este clasa ___perechilor pozitive___ (A, B), adică acelea pentru care $Ax = By \Rightarrow \langle x, y \rangle > 0$. ~~În general~~ De exemplu, ~~A~~ dacă A, B ~~sunt~~ sunt P, Q ale multiportului liniar, această cerință e automat îndeplinită, din condiția de pasivitate a multiportului.

$\boxed{\text{Lema B}}$. O pereche pozitivă $(A, B) \in \mathcal{X}_0$.
(se arată ușor).

Vom mai avea nevoie și de $\boxed{\overline{\mathcal{X}_0}}$ (analoagă lui $\overline{P_0}$) cu proprietățile:

1) $(A, B) \in \mathcal{X}_0$
2) $\forall D$ diagonală cu $d_k = \pm 1$ $\exists$ un vector p a.î.

$$DA^T p \geq \theta, \quad DB^T p \geq \theta \quad \text{și} \quad D(A+B)^T p > \theta.$$

(amintesc că $v \geq \theta \Rightarrow v_k \geq 0\ \forall k$)

Se stabilesc și lemele:

$\boxed{\text{Lema C}}$ 1) Dacă (A, B) e o pereche pozitivă, atunci $(A, B) \in \overline{\mathcal{X}_0}$

2) Dacă (A, B) are prop. că pentru o anumită matrice nesingulară M, MA, MB sunt slab dom. ~~...~~ pe ~~...~~ col iar $M(A+B)$ e tare dom. pe coloane, atunci $(A, B) \in \overline{\mathcal{X}_0}$

Putem da acum teoremele (analoage celor de la nr. c), generalizându-le ușor, căci e nu-

Se ~~mai utilizează clasa~~ ... $\overline{P_0}$ ... $\exists\ \ell_k$ continue ~~...~~ – ~~„...“~~

trebuie să facem $A = I$, pentru că $(A, B) \in \mathcal{W}_0 \Leftrightarrow B \in P_0$.

Propr. (6), ne sugerează chiar calea obținerii noilor teoreme.

(3) Teoreme de existență și unicitate

pentru ecuația $\boxed{A F(x) + Bx = C}$ (101)

Exist. și unicit.

Teorema 14 Dacă A, B sunt matrici reale $n \times n$ și

1) $F \in \hat{F}^n$, atunci $\exists$ o soluție, unică a ecuației $AF(x) + Bx = c$ $\forall$ $c \in R^n$ dacă și numai dacă

2) $(A, B) \in \mathcal{W}_0$.

Această teoremă va fi ~~ar~~ mică, ce un răspuns exact la problema existenței și unicității oricărui circuit de tipul considerat (tranz, diode, rez, surse indep), indiferent dacă $\exists$ sau nu G.

Se cere doar ca $F \in \hat{F}^n$ (diode surjective).

Teorema 15 (unicitate) Ecuația $AF(x) + Bx = c$ are pentru

1) $F \in \tilde{F}_0^n$, dacă

2) $(A, B) \in \mathcal{W}_0$

cel mult o soluție $\forall$ $c \in R^n$.

În ceea ce privește partea numai dacă:

Teorema 16 (de neuni-citate) Ecuația $AF(x) + Bx = c$ are pentru

1) $F \in \mathcal{E}^n$ (de ex. diodele exponențiale)

2) $(A, B) \notin \mathcal{W}_0$, două soluții x, y a.î.

$\|x - y\| = \delta$, $\forall \delta > 0$, pentru un anumit c.

În mai exprimarea exactă, ~~condiția (A, B)~~ (Așa „avaricrescătoare": pt $|x-a|>R$ sunt crescut) pentru $\boxed{F\in \mathcal{F}_0(N)}$ se fac aceleași considerații ca în cazul ex. (64). În art (5) sunt stabilite rezultate suplimentare, foarte tari (analoagele t 12-13).

$\boxed{\text{Teorema } 17}$ – Fie ~~F∈~~ ecuația $AF(x)+Bx=c$ (vezi legea cor. 12 pag 290)

(se zi ține)

– 1) $F\in \mathcal{F}_0^n$

2) $(A,B)\in \overline{\mathcal{X}_0}$ (vezi pag 290)

Atunci ecuația are o soluție unică $\forall\, c\in E^n$

c.n.s.d. $S = B(F)\cap N(B)=\{0\}$

Dacă $B(F)\cap N(B)\neq\{0\}$, $\exists$ un c pentru care nu avem soluție.

Mai multe ori, pornindu-se de la lema:

$\boxed{\text{Lema } 5}$: Fie h o aplicație continuă $R^n\to R^n$ cu proprietatea că există un real $0<r<1$ și $K>0$ a.î. $\forall z\in R^n$ cu $\|z\|>K \Rightarrow \|h(z)\|\le r\|z\|$. Atunci $\forall y\in R^n, \exists x\in R^n$ a.î. $x+h(x)=y$.

se pot omite

$\boxed{\text{Lema } 6}$: Fie U un homeomorfism $E^n \to E^n$ și V o aplicație continuă R^n în R^n cu propr. că $\exists\, 0<r<1$ și $K>0$ a.î. $\forall \xi\in R^n$ cu $\|\xi\|\geq K \Rightarrow \|V(\xi)\|\le r\|U(\xi)\|$. Atunci pentru orice $y\in E^n$, $\exists\, x\in E^n$ a.î. $U(x)+V(x)=y$

Cu aceste leme, introducere pentru a putea lua în considerație dispozitive nemonotone (diode tunel de exemplu), care totuși sunt, în afara unui interval limită $|x_k|<\alpha$, strict crescătoare, adică funcțiile $\mathcal{F}_0^n$ „avaricrescătoare", se pot demonstra rezultatele:

Teorema 17' (de existență) Dată Ecuația $AF(x)+Bv=c$ unde

1) $F \in \tilde{\mathcal{F}}_0^n$ (monoton crescătoare)

2) $(A,B) \in \overline{\mathcal{X}}_0$

Atunci există cel puțin o soluție a lui (1) $\forall c \in \mathbb{R}^n$ dacă $\mathcal{B}(F) \wedge \mathcal{N}(B) = \{0\}$.

Această teoremă este evident valoroasă și poate da ca cu-[illegible] al

Corolar 8 (existență) Ecuația $F(x)+Ax=B$ unde

1) $F \in \overline{\mathcal{F}}_0^n$

2) $B \in \overline{P}_0$

are cel puțin o soluție, dacă $\mathcal{B}(F) \wedge \mathcal{N}(A) = \{0\}$.

În sfârșit să menționăm că teorema și considerația ca curentului pasiv (global energetic) al ~~elementelor~~ tranzistoarelor, și considerarea surselor, care conțin exclusiv surse de tensiune o dau la următoarea teoremă corolară lui T7, le care o generalizează pentru circuitele a căror ~~multiporții care au~~ multiport liniar au admis o reprezentare G.

Teorema 7' (existență) — Dacă se presupun următoarele, în modelare condițiile A1, ~~și~~ A+ $\langle x, TF(x)\rangle \geq 0$, $\forall x$ (pasivitate)

— (P,Q) este o pereche pasivă (în ce dată această multip. a circuit hibrid, sau Belevitch: $Pv = Qi + c$, și la-tural $c \geq 0$ (anume surse independente, rezultă din condiția de pozitivitate a M.L, rezultă ca P, Q să fie o pereche pasivă)

— Atunci $\forall$ un $c \in \mathbb{R}$, există cel puțin ~~un c ca~~ ~~ecuația circuitului să aibă~~ măcar o soluție ! !

Observație: în problema ecuația este adusă la forma:

$QTF(w+c')+Pw=\theta$, întrucât posibilitatea unei lipse surse de ~~tensiune~~ curent

(E) Rezultate privind continuitatea și mărginirea soluțiilor și calculul lor

Notă: Toate comentariile sunt lăsate în Cap III.

1. Teoreme privind continuitatea și mărg. soluțiilor

Teorema 19 (teoremă legată de T1)

În condițiile T1 pentru $F(x) + Ax = B$, admite:

1) $F \in \mathfrak{F}^n$

2) A slab dominantă pe linii

pe lângă concl. T1, putem găsi pe fiecare k : η_k, ξ_k a.î.

$\eta_k < x_k < \xi_k$ (detalii T8 pag 191)

Corolar 9 În condițiile T19, dacă se dau:

$\alpha_k \leq b_k \leq \beta_k$ se pot găsi η_k, ξ_k a.î.

$\eta_k \leq x_k \leq \xi_k$ (detalii T9 pag 195)

Teorema 20 (teoremă legată de T3)

Ecuația $F(x) + Ax = B$ unde:

1) $F \in \mathfrak{F}^n$

2) $A \in P_0$, are pe lângă propr. din concluzia lui T3,

1) Soluția x depinde continuu de B (de orice parametru de care B depinde continuu.

2) Dacă $x_1, \dots x_n$ e nemărginit, atunci cu $b_k = F(x_k) + A(x_k)$ și șirul $b_1, \dots b_n$ e nemărginit

<u>Variantă</u>: 2') intrărilor mărginite B, le corespund ieșiri mărginite x

3) Dacă sunt date condițiile $\alpha_i \le b_i \le \beta_i$ se pot găsi constructiv (detalii T10 pag 198) un set de numere γ_i, δ_i ai

$\gamma_i \le x_i \le \delta_i \quad i = 1, \dots, n.$

Teorema următoare oferă o generalizare a acestor rezultate pentru cazul ecuației $AF(x) + Bx = c$

$\boxed{\text{Teorema 21}}$ (soluție legată de T14)

<u>Dacă</u> ecuația $AF(x) + Bx = c$ satisface:

1) $F \in \tilde{F}^n$
2) $(A, B) \in \mathcal{K}_0$, <u>atunci</u>, pe lângă concl. T14, avem

1) Soluția x depinde continuu de c,

2) $\forall$ șir nemărginit de puncte $x^1, \dots, x^n \dots$ face ca șirul corespunzător $c^1, \dots, c^n \dots$ să fie nemărginit.

3) există un procedeu analog celui din T20 pentru găsirea marginilor $\gamma_i \le x_i \le \delta_i$, dacă se dau $\alpha_i \le b_i \le \beta_i$.

Un rezultat interesant este și teorema următoare care ne arată importanța faptului că tk-adiacolor saturează <u>sub</u> (pn) sau peste (np) axa reală asupra unor rezultate: „intrare mărginită – ieșire mărginită" (și o dată cu asta, eventual un homeomorfism local)

Teorema 22

1) Dacă $A \in P_0$ și $\det A \neq 0$ ~~$\forall j = 1 \dots n$, k_j e o aplicație~~

2) k_j e o aplicație continuă $R \xrightarrow{} R$ a.î.

$$\begin{cases} k_j(x_j) = 0 \quad \forall x_j \\ \text{sau} \quad \begin{cases} k_j(x_j) > 0 \text{ pt } \forall x_j > c \\ k_j(x_j) < 0 \text{ pt } \forall x_j < -c \end{cases} \end{cases}$$

pentru un anumit $c > 0$, atunci

$$\underbrace{\|F(x) + Ax\| = \|B\|}_{\text{(ieșirea)}} \to \infty \quad \text{pentru} \quad \underbrace{\|x\| \to \infty}_{\text{(intrarea)}}$$

Variantă: (prin contrapozitie logică):

intrare mărginită $\Rightarrow$ ieșire mărginită.

Corolar 10 În condițiile T 22, există o soluție unică, pentru ecuația $F(x) + Ax = B$ și aceasta soluție depinde continuu de B. (vezi legătura cu T 5)

În special trebuie subliniat, că în toate teoremele care garantează existența și unicitatea soluției, garantează cu toate bijectivitatea funcțiilor $\mathcal{F}_1 \begin{cases} \mathcal{F}_1 = F(x) + A \\ \mathcal{F}_1 = AF(x) + Bx \end{cases}$

în consecință;

Teoremă 23 (generală)

Toate teoremele de existență și unicitate a ecuației lor, datorate de eventuala continuitate a funcțiilor F, vor garanta homeomorfismul global pe și deci că:

– există o inversă $x = \mathcal{F}^{-1}(c)$ continuă

– intrarea mărginită duce la ieșire mărginită

(2) Teoreme privind calculul soluţiilor

Şi de data aceasta fac apel la cap 3, par (9) în care aceste teoreme sînt date explicit, împreună cu modul cum trebuie utilizate condiţiile de valabil. etc.

Aşa că aici le vom menţiona doar legăturile:

(versiune)
Teorema 24 - ~~este F3 de la pag 152 şi totodată~~ pusă în legătură T1. Algoritmul este de tip Newton.

Teorema 24 Ecuaţia $\boxed{F(x)+Ax=B}$, unde

1) $F \in \tilde{F}^n$
2) A slab dominantă pe linii
3) toate funcţiile sînt concave sau convexe
4) $a_{ij} \le 0$ pt $i \ne j$, schema de iteraţie

$$x^{k+1} = [F'(x^k)+A]^{-1}[B - F(x^k) + F'(x^k)x^k]$$

converge la soluţie. ____ .

(detalii în T4 pag 168)

Teorema 25 (Sandberg) ~~Dacă F e $\tilde{F}^n$~~ Ecuaţia $\boxed{F(x)+Ax=B}$ are

1) $F \in \tilde{F}^n$
2) A pare semidefinită
3) f_i au pantele mărginite ~~inferior~~ $\ge \frac{f_i(\alpha)-f_i(\beta)}{\alpha-\beta} \ge \varepsilon$ de $\varepsilon > 0$

atunci există un alg. convergent la soluţie. (de tip Sandberg) (vezi la pag 213: T11)

Teorema 26 Ecuaţia $\boxed{F(x)+Ax=B}$ cu (legat de T1)

1) $F \in \tilde{F}^n$
2) A slab dominantă pe linii
3) f_i are pantele mărginite inferior: $\frac{f_i(\alpha)-f_i(\beta)}{\alpha-\beta} \ge \varepsilon$

atunci ∃ un alg. convergent la soluţie.

(vezi pag. 159, Teorema T2 pt detalii)

$\boxed{\text{Teorema 27}}$ (vezi legătura cu teoremele: 14, 21)

Ecuația $\boxed{AF(x)+Bx=c}$ unde

1) $F \in \mathcal{F}^n$

2) $(A,B) \in \mathcal{W}_0$, admite un algoritm convergent la soluția pr, bazat pe teorema coborârii gradientului

(detalii T5 de la pag 172)

Desigur prin particularizarea $A = I$ se obține

$\boxed{\text{Corolar 11}}$ Ecuația ~~$AF(x)+B$~~ $\boxed{F(x)+Ax=B}$ cu

1) $F \in \mathcal{F}^n$

2) $A \in P_0$ admite un alg de calcul convergent la soluție

(detalii pag 175). În fine avem:

$\boxed{\text{Teorema 28}}$ Pentru ecuația ~~$AF(x)$~~

$\boxed{AF(x)+Bx=c}$ dacă:

1) F ~~monotonă~~ crescătoare: $R \to R$

2) ~~A~~ A e tare dom pe coloane și B tare dominantă pe col.

(desigur că atunci algoritmul $\binom{183}{184}$ de la pag 182

(v T6 pag 181 pt detalii)

converge la soluție.

$\boxed{\text{Teorema 29}}$ În condițiile 1, 2 din teorema 28, ecuația are o soluție, unică (vezi leg. cu T 17), (17')

În general, folosind noțiunea de homeomorfism pe se arată că

$\boxed{\text{Teorema 30}}$ (vezi legătura cu T 22) (art. 13)

În condițiile teoremei 21, mai general, dacă $R(\cdot)$ este un homeomorfism global pe, și $R(\cdot) \in C^2$, ai sunt satisfăcute condițiile teoremei lui Palais. (v cap 3), există algoritmi de tip Hurwitz, coborârea gradientului (v T 24) care converg la soluție, și la fel, algoritmi de tip Newton.