

IV Aplicații

Ⓐ Programă analitică - pentru liceu.

① Subiecte ale studiului

1. [Tot: Separare. Interior. Exterior. Unele în tot]
2. [Coexistență. Grupare] Element. Multime. Apartenență.
3. [Secerare]. Pereche ordonată. Relație. Proprietate.
4. Relații de echivalență. Clase.
5. submultime. Poziția relativă a două mulțimi
6. [Descriere. Simbolizare. Limbaj]
7. [Transformare. Procedee. Construcție] Definiere.
8. Operații cu mulțimi.
9. Puncte, dreapta, planul. Geometria incidentelor.

② Metode de lucru

1. [Realitate. Limbaj. Enunț] Adevăr. Propoziție.
2. Verificare. Axiomă. Definiție. Deducție.
3. Întrebare. [Căutare]. Argumentare
4. ipoteză. Concluzie. Demonstrație. Aaliza. Sinteză
5. Particularizare. Generalizare.
6. Operații logice. Formalism logic. Lege.
7. Fraza. Predicată. Cuantificatori universali
8. [Modelare] Structură. Izomorfism (în principiu)

③ Funcții

1. Perechea ordonată. Proces cartezian $A \times B$
2. [Proces fizic. Lege. Dependența între (intrare)]

Notiunea de funcție.

3. Domenii de definiție. Multime de valori. Egalitate
4. injectivitate. Surjectivitate. Bijectivitate.

[În corelarea cu problema inversării funcțiilor, [care apare în practică în situații de căutare a soluțiilor ce pot conduce la un rezultat dat.]

5. [Cauză de evenimente] Compunerea funcțiilor.
6. Transformări geometrice.

4 Operatii interne

1. Tripletul $[(a, b) C]$. Funcția $A \times A \rightarrow A$. \Rightarrow [Modelarea situațiilor în care cauzele interacționează, producând un unic efect]. Operația internă binară.
2. Modele de prezare a legii. Exemple. tabelele de definiție. Situații mai complexe.
3. Proprietăți ce pot facilita calculul rezultatului (comutativitate, asociativitate, element neutru) identitate.
4. [Căutarea unui termen de intrare capabil să producă un anumit rezultat - investigația] Ecuația.
5. Rezolvarea abstractă a ecuației profitând de proprietățile operației. Element simetric, invers - în context de grup.
6. Ideea de structură algebrică. [Tehnica modelării] izomorfism ... Exemple. ...
7. Situația prezentei simultane a două operații. Distributivitate. Inele și corpuri (în principiu).

5 Număr natural

1. Numărul de elemente al unei mulțimi
2. Proces infinit. Numărăbilitate.
3. Mulțime de numere. Mulțimea N .
4. Reprezentarea numerelor. Baze de enumerare
5. Relația de ordine. Inegalități
6. Inducția matematică.
7. Adunarea. Proprietăți. Problema scăderii
8. Înmulțirea. Proprietăți. Problema împărțirii

Aplicații

- 9 împărțirea cu rest. Divizibilitate. CMMDC
- 10 Combinatorică. P
- 11 Binomul lui Newton
- 12 Structura $(N, +, \cdot)$. General și particular.

⑥ Numere întregi

1. [Probleme care conduc la introducerea lor] Prelungirea lui $(\mathbb{N}, +)$. Mulțimea \mathbb{Z} . Operații.
2. Funcția modul. Proprietăți.
3. Structura $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ ca exemplu de inel.
4. Măsurarea segmentelor folosind un etalon și notarea prin lipsă. "Dreapta \mathbb{Z} ". Proprietăți.
5. Problema împărțirii. [situații practice] Problema măsurării reale etalon.

⑦ Numere raționale

1. Extinderea lui $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ astfel încât să devină corp (problema împărțirii), ca formalism.
2. Structura $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ - fracții abstracte
3. [situații practice care conduc la fracționare] Procesul fracționării infinite. Infinitul mic.
4. Reprezentarea zecimală a fracțiilor. Periodicitate.
5. Funcția parte întreagă
6. Construirea "dreptei \mathbb{Q} ". Problema acoperirii dreptei. Măsurarea de oricâtă aproximare, în \mathbb{Q} .
7. Elemente de geometrie folosind "măsurarea \mathbb{Q} " Distanța. Proprietăți. Congruența.

⑧ Numere reale. Convergența seriilor

1. Contradicții la care se ajunge în geometrie în ipoteza "măsurabilității" planului. Incomensurabilitatea unor segmente.
2. Problema inversă a reprezentărilor zecimale. cazul reprezentării neperiodice. Proces convergent.
3. Inrezolvabilitatea unor ecuații în \mathbb{Q} . Procesul apropierei nelimitate de soluție.
4. Sir. Proprietăți aritmetice și geometrice.
5. Elemente de topologie. Vecinătăți. Tăcătura
6. Sir Cauchy cont. Sir Cauchy

7. Incompletitudinea spațiului \mathbb{Q} . Revederea procedurilor convergente analizate.

8. Numărul real ca clasă de răsunări echivalente convergente din \mathbb{Q} .

9. Numărul real ca tăietură

10. Numărul real ca fracția zecimală neperiodică

11. Multimea \mathbb{R} și dreapta \mathbb{R} .

(12. Completitudinea lui \mathbb{R})

9 Operații cu răsunări și cu numere reale

1. Operații cu răsunări cu elemente din \mathbb{P} .

2. Definierea operațiilor cu numere reale.

3. Proprietățile structurii $(\mathbb{R}, +, \cdot)$

Complemente

4. Monotonie. Marginare. Majorare și teorema privind convergența și limitele. Dreapta închisă.

5. Compararea numerelor reale. Structura de ordine. * Reprezentarea p-adică.

6. Distanța și norma. Organizarea ca spațiu vectorial normat, ca spațiu euclidian, ca spațiu topologic.

10. Complemente de geometrie plană

1. Congruența. (segmente, unghiuri, triunghiuri)

2. Inegalități

3. Locuri geometrice. Concurența.

4. Paralelism. Aliniere. Rapoarte egale.

5. Relații metrice.

6. Arcul. Lungimea cercului folosind sinusul de poligoane regulate inscrie și circumscris.

11. Elemente de geometrie analitică

1. Sistem de coordonate în plan.

2. Condiții geometrice traduse algebric. implicit.

3. Locuri geometrice. Dreapta, Cercul.

(4. Elipsa, Hiperbula, Parabola [Exemple de utilizare aplicativă])

5. Descriere parametrică și explicită.

12) Funcții de variabilă reală. Limite de funcție

1. Exemplele funcției de gradul i și ii în care toate operațiile care intervin sînt bine determinate.
2. Graficul funcției. Reprezentarea grafică.
3. Trezura de la graficul "prin puncte" la cel "neîntrerupt". Intuiția continuității funcțiilor "matematice".
4. Noțiunea de limită de funcție. Căsuța valorii infinite și a punctului de la infinit. Definiția cu ϵ - δ și cu δ - ϵ .
5. Proprietățile limitelor de funcție.
6. Continuitatea.
7. Proprietățile funcțiilor continue.
8. Aplicarea continuității în studiul valorii funcțiilor pentru argument irațional, pornind de la cazul rațional.
9. Folosirea proprietății lui Darboux pentru rezolvarea corectă a problemei surjectivității și \exists existenței funcției inverse.
10. Aplicarea rezultatelor pentru studiul funcției pentru și radical și trasarea graficelor corespunzătoare.

13) Studiul unor funcții de larg interes.

1. Funcția exponențială [Aplicații]
 2. Funcția logaritmică [Aplicații]
 3. Funcțiile trigonometrice de variabilă reală. [Câmp de aplicare - fenomenele periodice]
- Complemente
4. Identități
 5. Ecuații
 6. Utilizarea funcțiilor trigonometrice în rezolvarea problemelor de geometrie.
 7. Inegalități și inecuații. Necesitatea unui instrument de lucru eficient pentru analiza multor funcții importante.

14 Derivarea și utilizarea ei în trasarea graficelor

1. [Proces fizic a căror analiză conduce la mecanismul derivării] Derivarea. Legătura cu monotonia
2. Proprietăți și reguli de calcul
3. Derivarea funcțiilor elementare
4. Teoreme privind funcția derivată și aplicațiile lor
5. Folosirea derivatei. Identități și ecuații.
6. Inegalități. Monotonie. Extreme locale și globale.
7. Utilizarea lui $f'(x)$ în trasarea graficului lui $f(x)$
8. Derivata a doua. Derivata de ordin n .
9. Folosirea derivatei a doua. Grafice de funcții

15 Polinoamele și funcția polinomială. Ecuația de grad n

1. Polinoamele cu coeficienți în \mathbb{R} . Operații cu polinoame.
2. Inelul polinoamelor cu coeficienți într-un inel.
3. Funcția polinomială.
4. Ecuația de grad n . Soluții reale
5. Împărțirea cu rest. Divizibilitatea. Factorizare.
6. Polinoamele cu vectori. Baze de polinoame. Formula

de descompunere clasică.

16 Spații vectoriale

→ corpul scalarilor

1. Exemplul $(\mathbb{R}^n, +, \cdot, \mathbb{R})$
2. Structura de spațiu vectorial.
3. Liniiar (in)dependență. Bază. Dimensiune. Coordonate.
4. Aplicații în geometrie. $(\mathbb{R}^2$ și $\mathbb{R}^3)$
5. Aplicații liniare. Aplicații biliniare. Forme pătratice
6. Schimbarea bazei. Aplicații diverse.
7. Matrici. Adămurarea și înmulțirea cu un scalar.

17 Sisteme de ecuații

1. Rezolvarea problemelor cu interdependențe complexe, prin punerea în ecuație. [Exemple]. Necesitatea creerii unui automatism de selecționare a sistemului obținut.
2. Sisteme de ecuații liniare [Linearizarea - procedeu utilizat în recentă pentru rezolvarea situațiilor neliniare] Forme generale. Grade de libertate. Restricții. Dependente sau independența restricțiilor. Compatibilitate.
3. Definiția înmulțirii matricilor. Scrierea sintetică a sistemului. Proprietățile înmulțirii matricilor. Rezolvarea formalei folosind A^{-1} .
4. Rezolvarea unor sisteme ($n=2, n=3$) prin metode clasice. Observații privind scrierea rezultatului. Determinanți.
5. Determinanți de ordin n . Definiții și proprietăți care facilitează calculul. Folosirea rezultatelor privind paritatea permutărilor.
6. Rezolvarea sistemelor cu formula lui Cramer. Formula inversiei unei matrici.
7. Discreția sistemelor de ecuații. Rangul unei matrici lineare dependente.
8. Spațiul vectorial al soluțiilor sistemelor nedeter-
minate.
- ~~9. Vectori și valori proprii. Polinom caracteristic.~~
19. Metode de rezolvare practică. Algoritmi convergenți

18 Complemente de geometrie în spațiu

1. Poziții relative (paralelism, perpendicularitate)
2. Poliedre
3. Corpuri rotunde.
4. Elemente de geometrie analitică în R^3 . Ecuațiile curbelor și suprafețelor elementare. (implicit) Principii.
5. Explicarea funcției de două variabile ca căruel-
nizarea o suprafeță. Sugestia privind direcția de dezvoltare a analizei în R^n

Curseaza. Anii. Volume. Integrala

1. Definierea pentru exemple elementare. Procesul de definire pentru situatii complexe, incluzind trecerea la limita.
2. Rezultate de geometrie clasică.
3. Folosirea geometriei analitice și vectoriale.
4. Folosirea metodelor analizei. Integrarea
5. Definiția și proprietățile integralei definite
6. Formula de integrare prin parti și prin substituție
7. Calculul lungimilor ^{arilor} suprafețelor de rotație și volumelor resp. de rotație cu ajutorul integralei. Aplicații
- (8. Integrarea curbilinie și lungimea curbelor în spațiu)
9. Arie și volume calculate folosind integrala dublă și triplă - principii) Prezentarea a principiilor pe exemple

20 Operatori Antiderivarea

1. Noțiunea de operator - raspunzând unei largi clase de situații practice $f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} g(t)$.
2. Proprietățile operatorilor algebrici și diferentiale (derivarea).
3. Inversarea operatorului. (existența și aflarea) Problema primitivă ↓
4. Proprietățile primitivii. Reguli de integrare ne-definite.
5. Legătura cu integrala definită. Formula lui Leib.-New.

21 Descompunerea funcțiilor în baze de funcții

1. Impunerea problemei. [Exemple concrete: descompunerea a potestilor funcției analitice]
2. Sisteme normale de funcții. Exemplele trigonometrice.
3. Calculul coeficienților descompunerii. Convergența.
4. [Principiul de superpoziție a funcțiilor]
5. Formula Taylor pentru aproximarea funcțiilor
6. Serii de potestii. Funcții definite analitice.

22 Numere complexe

1. Corpul $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ ca extindere a lui $(\mathbb{R}, +, \cdot)$.
2. Reprezentarea geometrică, polară, trigonometrică.
3. Rezultate privind operațiile, ridicarea la putere și extragerea radicalului.
- [4. Exemple de utilizare în tehnică]
- (5 Elemente introductive în analiza complexă)

23 Elemente orientative privind dezvoltarea matematicii și aplicațiile sale.

1. Topologie
2. Analiză funcțională
3. Ecuații diferențiale
4. Geometrie diferențială
5. Analiză numerică
6. Calcul operational
7. Statistică și probabilități.

Repartizarea materiei pe ani de studiu

I (clasa a 9 ^a)	: Cap 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
II (clasa a 10 ^a)	Cap 8, 9, 10, 11, 12, 13
III (clasa a 11 ^a)	Cap 14, 15, 16, 17, 18
IV (clasa a 12 ^a)	Cap 19, 20, 21, 22, 23