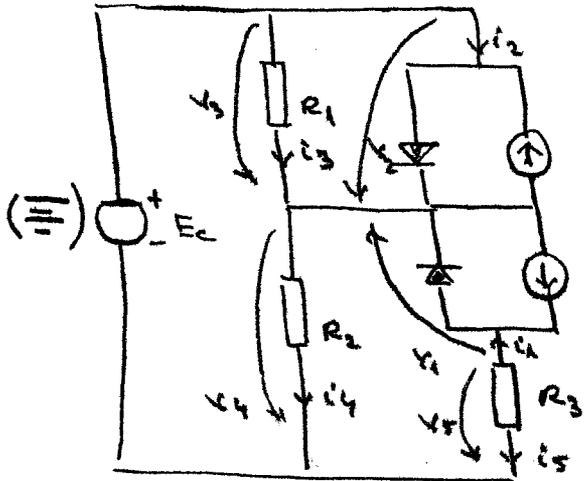


Cum pentru regimul staționar condensatorul devin
goluri, circuitul de calcul de vîine:



- fig 23 -

Modulul de calcul al
regimului staționar pentru
circuitul de fig 22

Varianta 1 (globală)

Vom considera pentru toate laturile, pe de o parte re-
latiile lor de definiție, iar pe de altă parte relațiile
impuse de legea lui Kirchhoff:

$$\left\{ \begin{aligned} i_1 &= k_1(u_1) - \alpha \tau k_2(u_2) \\ i_2 &= -\alpha k_1(u_1) + k_2(u_2) \\ i_3 &= G_1 u_3 \\ i_4 &= G_2 u_4 \\ i_5 &= G_3 u_5 \end{aligned} \right. \quad (66) \quad \begin{array}{l} \text{Relațiile} \\ \text{laturilor} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{aligned} i_3 + i_2 - i_4 &= 0 \\ i_1 + i_5 &= 0 \\ E_c &= u_3 + u_4 \\ u_3 &= u_2 \\ u_4 &= u_5 - u_1 \end{aligned} \right. \quad (67) \quad \begin{array}{l} \text{Relațiile impuse} \\ \text{de topologie} \end{array}$$

Varianta globală este cea mai simplă și este,
la conducere la un nivel prea ridicat al surse-

țelor finale. Ea conține din a priori relațiile (66) (67) ca un set de 10 funcții de 10 variabile, adică:

$$\begin{aligned}
 (68) \quad & F_1(i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = i_1 - k_1(v_1) - k_1 k_2(v_2) = 0 \\
 & F_2(i_1, \dots, i_5, v_1, \dots, v_5) = i_2 + k_1 k_2(v_1) - k_2(v_2) = 0 \\
 & F_3(i_1, \dots, i_5, v_1, \dots, v_5) = i_3 - G_3 v_3 = 0 \\
 & F_4(i_1, \dots, i_5, v_1, \dots, v_5) = i_4 - G_2 v_4 = 0 \\
 & \dots \\
 & F_8(i_1, \dots, i_5, v_1, \dots, v_5) = v_4 + v_3 = E_c \\
 & F_9(i_1, \dots, i_5, v_1, \dots, v_5) = v_3 - v_2 = 0 \\
 & F_{10}(i_1, \dots, i_5, v_1, \dots, v_5) = v_4 - v_5 + v_1 = 0
 \end{aligned}$$

Sau, pentru concizie, am notăm:

$$\begin{cases}
 y = (i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)^t \\
 b = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, E_c, 0, 0)^t
 \end{cases} \quad (69')$$

avem $\boxed{F(y) = b}$ cu $F: \mathbb{R}^{10} \rightarrow \mathbb{R}^{10}$ (69)

Variantă 2 (navigabilă)

Folosind faptul că relațiile structurale (69) dau explicit o variabilă funcție de celelalte, se poate introduce în setul de relații (67) și obținem

$$(70) \quad \left\{ \begin{aligned}
 G_3 v_5 + k_1(v_1) - k_1 k_2(v_2) - G_2 v_4 &= \tilde{F}_1(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = 0 \\
 k_1(v_1) - k_1 k_2(v_2) + G_3 v_5 &= \tilde{F}_2(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = 0 \\
 v_3 + v_4 &= \tilde{F}_3(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = E_c \\
 v_3 - v_2 &= \tilde{F}_4(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = 0 \\
 v_4 - v_5 + v_1 &= \tilde{F}_5(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = 0
 \end{aligned} \right.$$

restul variabilelor fiind date de relația (68)

Problema se reduce acum la o ecuație (70) de ordin 5, echivalentă de un calcul direct (62). Mai putem scrie:

$$(71') \begin{cases} z = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) \\ c = (0, 0, \varepsilon, 0, 0) \end{cases}$$

și (71) $\boxed{\tilde{F}(z) = c}$ cu $\tilde{F}: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^5$ a noulă ecuație

Varianta 3 (simplificată)

Ordinul ecuației obținute în varianta anterioară mai poate fi încă redus (până la doi derivate, din cauza rezonanței). Aceasta se poate face operând asupra ecuațiilor obținute mai sus (eliminări de variabile) sau prin observatie directă. Din figura 23 se vede că:

$$(72) \begin{cases} v_2 G_1 + G_2 (R_3 i_1 + v_1) + c_1 + i_2 = 0 & (\text{ca, în modul } G_2) \\ \varepsilon c = v_2 - v_1 - R_3 i_1 & (\text{ca de termen pe orizontală } v_1) \end{cases}$$

La care adăugăm:

$$(64) \begin{cases} i_1 = k_1(v_1) - \alpha c k_2(v_2) \\ i_2 = -\alpha k_1(v_1) + k_2(v_2) \end{cases}$$

Am putea acum vedea că dacă ca în sistem de 4 ecuații de 4 necunoscute (v_1, v_2, i_1, i_2) , înțelegând totuși termenii în membrul drept și vom obține o relație

$$(73) \quad f(x) = a, \quad f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4.$$

$$\text{cu } \begin{cases} x = (v_1, v_2, i_1, i_2) \\ a = (0, \varepsilon c, 0, 0) \end{cases} \quad (73)'$$

Dați ună vom introduce (64) în (72) alpinem:

$$(74) \begin{cases} v_2 G_1 + \frac{R_3}{\cdot} G_2 [k_1(u_1) - \alpha_1 k_2(u_2)] + v_1 G_2 + k_1(u_1) - \alpha_1 k_2(u_2) \\ \quad - \alpha_1 k_1(u_1) + k_2(u_2)] = 0 \\ v_2 - u_1 - R_3 [k_1(u_1) - \alpha_1 k_2(u_2)] = \epsilon c \end{cases}$$

$$(75) \begin{cases} \bar{k}_1(u_1, u_2) = 0 \\ \bar{k}_2(u_1, u_2) = \epsilon c \end{cases} \text{ și cu metoda}$$

$$(76) \begin{cases} x' = (u_1, u_2) \\ a' = (0, \epsilon c) \end{cases} \rightarrow \boxed{\bar{k}(x') = a'} \text{ cu } \bar{k}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

Această este varianta de ordinul cel mai mic pe care îl putem obține, având în vedere prezența termenilor. Totuși, ar fi de dorit să avem o metodă care să ne ducă în mod cert la ecuația de rang minim. posibil. în cele ce urmează veți vedea metode standard, aplicabile la un nivel înalt de precizie cu tranșări (limitările vor fi discutate).

② Obținerea soluțiilor prin metoda lui Gauss

Să încercăm să utilizăm avantajele oferite de scrierea soluțiilor pentru tranșări în formă:

$$(64) \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha_1 \\ -\alpha_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1(u_1) \\ k_2(u_2) \end{pmatrix}$$

Această relație nu reprezintă decât ideea ilustrată în fig 24:

să expunem "circuital" în două părți $\left\{ \begin{array}{l} \text{parte nelimitată} \\ \text{parte limitată (mai} \\ \text{măsurabilă în calcul)} \end{array} \right.$

care acționează simultan și independent asupra „făcătoarei”
 generată cu T. în figura 25 s-a descompus circuitul pentru
 a face mai evidentă procedura.

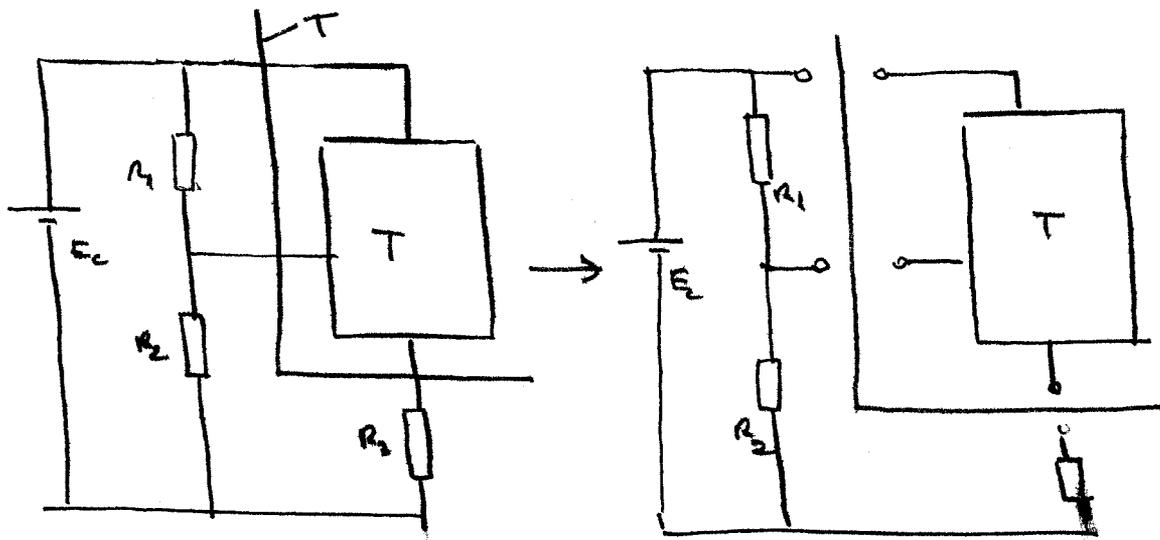
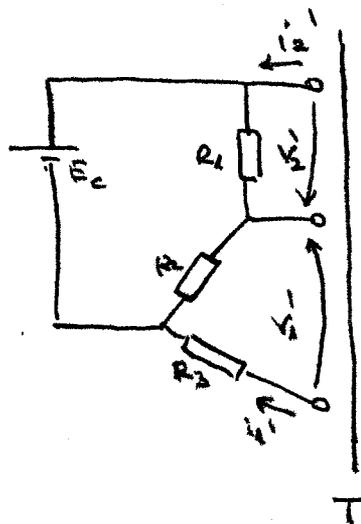
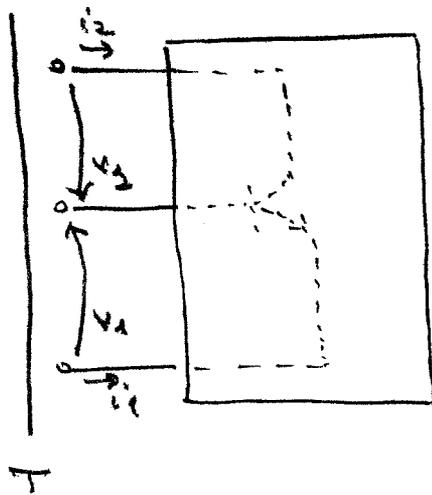


Fig-24 - Reprezentarea circuitului

în $\left\{ \begin{array}{l} \text{partea liniară} \\ \text{partea neliniară} \end{array} \right.$



a) Constrângerea
 „liniară”



b) Constrângerea
 „neliniară”

Fig 25 - Evidențierea celor două restricții
 asupra făcătoarei

Văși folosiți în expresii tip pentru relațiile care se
 pot scrie parțial de aici.

Așfel, prima relație este evidentă, egalitatea dintre

maximale portiloror :

$$\begin{cases} v_2' = v_2 \\ v_1' = v_1 \\ -i_2' = i_2 \\ -i_1' = i_1 \end{cases} \quad (77) \rightarrow \underline{\text{relațiile "ogință"}}$$

La care adăugăm :

$$(78) \begin{cases} i_1 = k_1(v_1) - k_2(v_2) \\ i_2 = -k_1(v_1) + k_2(v_2) \end{cases} : \underline{\text{"relația nelineară"}}$$

Așcum este evident că am avea nevoie de o expresie convergență dinspre partea liniară, deci o caracterizare a multiporțului liniar la porți de forma :

$$(79) \begin{cases} i_1' = F_1(v_1', v_2') \\ i_2' = F_2(v_1', v_2') \end{cases}$$

Multiporțul fiind activ, ne vom putea găsi o ex-

presie de forma

$$(80) \begin{pmatrix} i_1' \\ i_2' \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} v_1' \\ v_2' \end{pmatrix}$$

și reținem reținem că putem găsi o expresie de forma :

$$(81) \begin{pmatrix} i_1' \\ i_2' \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} v_1' \\ v_2' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} j_1' \\ j_2' \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} v_1' \\ v_2' \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{(deci } \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} j_1' \\ j_2' \end{pmatrix} \text{, care la rândul său este$$

cont de prezența sursei independente)

Vom crea în par. următor un grup pentru această expresie (81). Și vom pune "relația liniară"

Să rezumăm:

$$(82) \begin{cases} \begin{pmatrix} i_1' \\ i_2' \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} v_1' \\ v_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (0)$$

$$(82) \begin{cases} \begin{pmatrix} i_1' \\ i_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha_T \\ -\alpha_T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1(v_1) \\ i_2(v_2) \end{pmatrix} \end{cases} \quad (N)$$

$$\begin{pmatrix} i_1' \\ i_2' \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} v_1' \\ v_2' \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} \quad (L)$$

$$\text{dacă} \begin{cases} i_1' = -i_1 \quad v_1' = v_1 \\ i = TF(v) \end{cases} \quad (82')$$

(sens vectorial)

$$\text{(cu } B = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix}) \quad (83)$$

Dați care extragem:

$$TF(v) = i = -i' = -Gv' + B, \text{ de unde:}$$

$$\boxed{TF(v) + Gv = B} \quad (84) \quad \text{sau pe lung}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -\alpha_T \\ -\alpha_T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1(v_1) \\ i_2(v_2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} \quad (84')$$

unde $-\alpha_T, \alpha_T \in (0, 1)$ (i.c.c)

- G - matricea admittanțelor de mutuație a multipoleului luișor perimșat

B - vector a fiin care de prezența surșilor.

③ Calculul matricei G . Explicativ:

Dacă vom scrie relația (81) pe lung:

$$(85) \begin{cases} i_1' = G_{11} v_1' + G_{12} v_2' + J_1 \\ i_2' = G_{21} v_1' + G_{22} v_2' + J_2 \end{cases}$$

vor putea deduce mediat modul de calcul a tuturor elementelor. Pentru aceasta să observăm că dacă:

$$(86) \begin{pmatrix} J_1' \\ J_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

— ceea ce coincide cu penalizarea "recursivă" a
lei linieare : — sursele de tensiune și la
rețele circuit, cele g de curent galvici

ecuațiile devin :

$$(87) \begin{cases} i_1' = G_{11} v_1 + G_{12} v_2 \\ i_2' = G_{21} v_1 + G_{22} v_2 \end{cases} \quad (\text{valabile pentru multipartea penalizată})$$

Dacă în (87) lașem $v_2 = 0$ (puncta 2 rețele circuit) și în

apoi $v_1 = 0$ (puncta 1 rețele circuit) obținem :

$$(88) \begin{cases} G_{11} = \frac{i_1}{v_1} \Big|_{v_2=0} & G_{21} = \frac{i_2}{v_1} \Big|_{v_2=0} \\ G_{12} = \frac{i_1}{v_2} \Big|_{v_1=0} & G_{22} = \frac{i_2}{v_2} \Big|_{v_1=0} \end{cases}$$

cu interpretări evidente.

Observații

1) Dacă vrem de cazul general rețele de mai surse și surse
internele 87 devin :

$$(87') \begin{cases} i_1 = G_{11} v_1 + \dots + G_{1m} v_m \\ \dots \\ i_n = G_{n1} v_1 + \dots + G_{nm} v_m \end{cases}$$

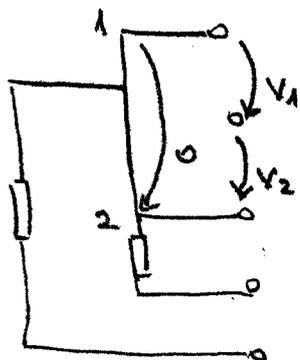
$$(88') \text{ și } \boxed{G_{ik} = \frac{i_k}{v_k} \text{ , } G_{ki} = \frac{i_i}{v_i} \text{ (când } v_1, \dots, v_{k-1}, v_{k+1}, \dots, v_m \text{ sunt egale cu 0)}$$

2) Ne vom uita la rețelele care prezintă procedura de mai
sus. (unde există matricea G ?). Rezultă de mai sus
cu sursele $v_k = 0$ (G_{ik} defini în interior), că a înțelegem
că rețelele circuitare conectate parti impune rețele circuit
la puncta k

Așadar, matricea G nu va exista atunci când există

o buclă numai din terminii de poarta, formată prin intermediul multipartului liniar (cazul cel mai simplu: reducerea la o poartă)

Un exemplu de astfel de situație este dat în figura



- Fig. 26 - - Exemplu de circuit liniar care nu admite o matrice G pentru bucla de curent din figură

Atrageți atenția că sunt „bucle nepermise” pot

apare direct în circuitul liniar (1-2 reducerea) sau

prin procesul de poarta vizare, ~~etc.~~ (1-2 există

o buclă de terminii). De aceea buclele interzise pot

fi formate în limbajul circuitului inițial (neps. reduc.) :

bucle formate exclusiv din terminii de

poarta și surse independente de terminii (van con-

sidera și un eventual reducerea la o surse de

terminii multi)

3) Matricea G va fi singurii, dacă există,

pentru multipartul liniar

4) Ne va rămasa ca urmare det G = 0, și

observăm interpretarea de circuit a acestei rețele. Șed.
 formulă (87') va putea apărea pe v_1, \dots, v_n în funcție de
 i_1, \dots, i_n , dacă și numai dacă $\det G \neq 0$. În cazul că
 va fi posibilă scrierea

$$(89) \begin{cases} v_1 = R_{11} i_1 + \dots + R_{1n} i_n \\ \dots \\ v_m = R_{m1} i_1 + \dots + R_{mn} i_n \end{cases}$$

sau $\boxed{V = R \cdot i}$

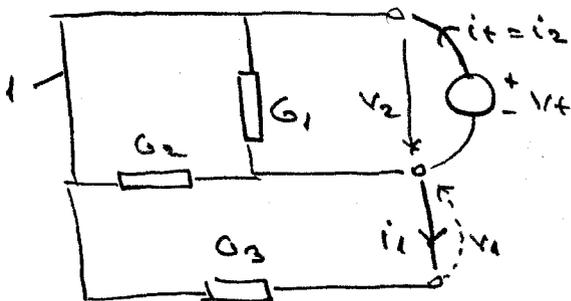
↓

\boxed{R} matricea impedanțelor
lor de gal

Dacă $\det G = 0$, atunci rînd nu există o reprezenta-
 țare prin matricea R.

4) Calculul matricei G. Exemplificarea

a) La poarta 2



- fig 27 -

Explicatii

- 1 - apare prin succesiunea
 auzului
- scrierea variabilelor la parti de
 țare alere pentru a se realiza
 convergența (i_1, i_2 intră în dipart)

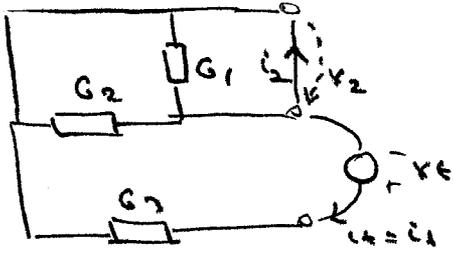
- scrierea „-“ din expresia lui i_1 apare din cauza sensului
 schimbat cu care i_1 parcurge „rețeaua” 1.

$$i_2 = V_t [G_1 + G_2 + G_3] \Rightarrow G_{22} = \frac{i_2}{V_t} = G_1 + G_2 + G_3$$

$$i_1 = i_{G3} = - \frac{G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \cdot i_2 = - \frac{G_3}{G_1 + G_2 + G_3} (G_1 + G_2 + G_3) V_t$$

$$\Rightarrow G_{12} = \frac{i_1}{V_t} = - G_3$$

b) La poarta 1



$$i_1 = Vt \cdot G_3 \Rightarrow G_{11} = G_3$$

$$i_2 = -i_1 \Rightarrow G_{21} = -G_3$$

- fig 28 -

In concluzii

$$(90) \quad G = \begin{pmatrix} G_3 & -G_3 \\ -G_3 & G_1 + G_2 + G_3 \end{pmatrix}$$

5) Calculul lui B si relatia finala

Explicatia o dati lat relatia P5, in care de data

crearea laora si reventuri de ambele parti (pe care se general de toate partile) Va ramine in acest caz

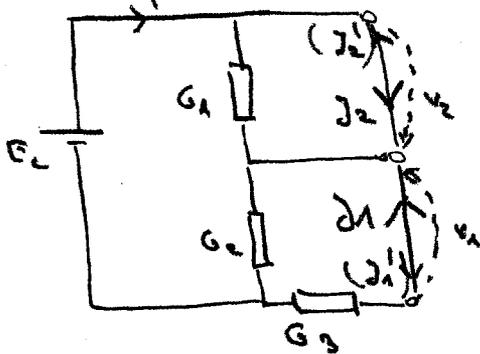
$$(91') \quad \begin{cases} i_1 = J_1' \\ i_2 = J_2' \end{cases} \quad (\text{in general } i = J')$$

Ar trebui deci sa consideram J_1', J_2' intrand in

dipart. Noi vom considera $J_1 = -J_1', J_2 = -J_2'$ (unsi in-

vers) (J_1 si J_2 apar in formula finala B4). Deci avem

figura:



de unde

$$i = Ec (G_2 + G_3)$$

$$J_2 = i = (G_2 + G_3) Ec$$

$$J_1 = -i_{G_3} = -i \cdot \frac{G_3}{G_2 + G_3} = -G_3 Ec$$

sau

$$B = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -G_3 \\ G_2 + G_3 \end{pmatrix} Ec \quad (91)$$

- fig 29 -

Calculul lui B

Amem acum (90), (91) toate ecuațiile "care trebuie să
introducă în (84). Obținem deci:

$$\boxed{\begin{pmatrix} 1 & -\alpha r \\ -\alpha t & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1(u_1) \\ t_2(u_2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_3 & -G_3 \\ -G_3 & G_1 + G_2 + G_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -G_3 \\ G_2 + G_3 \end{pmatrix} E_c} \quad (92)$$

sau pe scurt

$$\boxed{TF(v) + Gv = B} \quad (84) \quad (\text{cu } (90), (91) \text{ și } \tau \text{ și } G)$$

Aceasta este o formă standard pentru ecuațiile cir-
cuitorilor cu tranșenări de punct static. La ea se a-
jungă intodeauna, atunci când scrie matricea G a "porții
liniare" a circuitului. Pentru cazul când G nu există,
se va obține totuși o ecuație similară (v. cap IV - D)
De aici vom face directia alternativă a ecuației (52) scrisă
în forma (84) fapt care face ca, metodele care vor fi des-
crise în paragraful următor, pe exemplul de problemă să
poată fi aplicate de fapt oricărui circuit, se admite o
scriere (84).