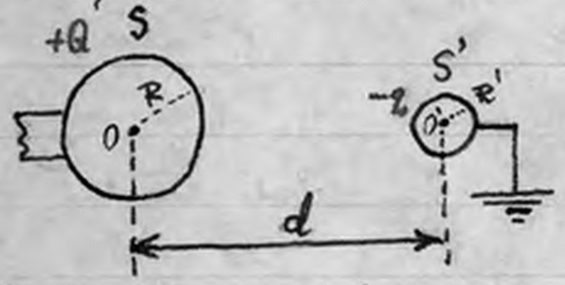
19-03-1985

Observații pentru Dana

1. Potențialul în interiorul unei sfere izolate este egal cu cel de pe suprafață. (Gheorghiu 473)

proprie, datorat sarcinii de pe sferă,

2. Fie o sferă S în contact cu o sursă care îi asigură un potențial V_0 și o sferă S' izolată de prima și în contact cu pământul. Razele sunt R și R', distanța dintre centrele lor este d.



a) Sfera S primește de la sursă sarcina +Q (uniform distribuită pe fața sa exterioară) care determină, prin influență, în sfera S' o sarcină "-q" (de asemenea uniform distribuită pe fața sa exterioară, sarcina +q scurgându-se din S' în pământ), fenomen ce nu se produce în absența legăturii lui S' cu pământul.

b) Se admite că sfera S se comportă în exterior ca și cum toată sarcina sa electrică Q ar fi concentrată în centrul său, (deci fără ca sfera S' să influențeze distribuția uniformă a sarcinii +Q pe S).

c) Potențialul propriu în centrul sferei S determinat de sarcina +Q este

$$V_p = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R}$$

același în orice punct având distanța x la centru astfel ca $x \leq R$

Potențialul propriu în centrul sferei S

determinat de sarcina $-q$ este

$$\boxed{V'_p = \frac{-q}{4\pi\varepsilon R'}}$$

același în orice punct la distanța x' de centrul ei, pentru care $x' \leq R'$

d) În centrele fiecăreia din sfere este determinat și un potențial de către sarcina celeilalte sfere, presupusă concentrată în centrul sferei care o deține (potențialul într-un punct exterior)

$$\boxed{V_{S'} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon d}} \quad \text{și} \quad \boxed{V'_S = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon d}}$$

potențial în centrul lui S determinat de S' — potențial în centrul lui S' determinat de S

e) Potențialul repultant în centrul fiecărei sfere va fi

$$V_S = V_p + V_{S'} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R} - \frac{q}{4\pi\varepsilon d} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q}{R} - \frac{q}{d}\right)$$

în centrul lui S, și

$$V'_{S'} = V'_S + V'_p = \frac{Q}{4\pi\varepsilon d} - \frac{q}{4\pi\varepsilon R'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q}{d} - \frac{q}{R'}\right)$$

în centrul lui S',

adică $\boxed{V_S = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q}{R} - \frac{q}{d}\right)}$; $\boxed{V'_{S'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q}{d} - \frac{q}{R'}\right)}$

f) Determinarea raportului $\frac{q}{Q}$.

Sfera S' fiind în contact cu pământul are potențialul repultant nul:

$V'_{S'} = 0$ sau $\frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q}{d} - \frac{q}{R'}\right) = 0$ de unde

$$\boxed{\frac{q}{Q} = \frac{R'}{d}} \quad \text{și} \quad \boxed{q = Q\frac{R'}{d}}$$

g) Calculul sarcinii Q primită de sfera

cag în care V_S un anumit potențial în interiorul sferei S'

S pentru realizarea potențialului V_S repultant

În centrul sferei S s-a găsit potențialul V_S, cu

$$V_S = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q}{R} - \frac{q}{d}\right)$$ unde înlocuind pe q

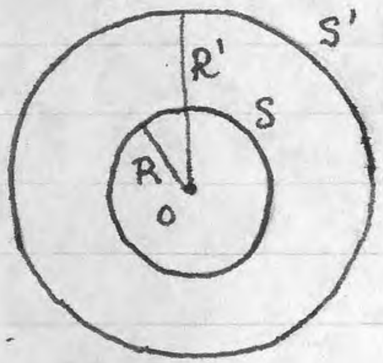
(7) determinat la (7) mai sus: (dar S-a găsit punctul potențial zero în centrul lui S și nu pe S')

$$V_S = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q}{R} - Q\frac{R'}{d}\frac{1}{d}\right) \text{ și } \frac{Q}{4\pi\varepsilon R}\left(1 - \frac{RR'}{d^2}\right) = V_S$$

și $\boxed{Q = \frac{4\pi\varepsilon R V_S}{1 - \frac{RR'}{d^2}}}$ Ulai observăm $\boxed{q = \frac{4\pi\varepsilon R V_S}{\frac{d}{R'} - \frac{R}{d}}}$

3. Fie două sfere conductoare, concentrice, de raze R' și R $(R' > R)$, izolate între ele, încărcate respectiv, la potențialele $V' > 0$ și $V > 0$ (deci și sarcinile de pe cele două sfere vor fi pozitive, $+Q'$, $+Q$), cu pereți de grosime neglijabilă.

Theorie 473 și Merișoare 253-32.25



a) Neavând o sferă în contact cu pământul, nu poate fi luat în considerare fenomenul de electrizare prin influență a uneia din sfere de către cealaltă (dispozitivul nefuncționând ca un condensator sferic, la care pe armături trebuie să fie sarcini egale în modul dar de semne opuse)

b) Sfera S se comportă în exterior ca și cum toată sarcina sa electrică ar fi concentrată în centrul său, și de asemenea sfera S'.

ca rezultat, în exteriorul sferei S' câmpul electric este același cu cel creat de sarcina egală cu suma sarcinilor totale a celor două sfere, concentrată în centrul comun, iar în spațiul dintre cele două sfere câmpul este același cu cel creat de sarcina totală a sferei S, concentrată în centrul ei.

Se admite că nicicuna din sfere nu influiențează distribuția uniformă a sarcinilor electrice pe cealaltă sferă.

c) Potențialul rezultant pe suprafața sferei S'.

În centrul sferei S potențialul propriu, datorat sarcinii $+Q$, este

$$V_p = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R}$$

același pentru orice punct la distanța x de centru, cu $x \leq R$ și potențialul creat în același punct de sarcina $+Q'$ de pe sfera S' va fi

$$V'_p = \frac{Q'}{4\pi\varepsilon R'}$$

același pentru orice punct la distanța x de centru, cu $x \leq R'$.

Potențialul rezultant în centrul comun al sferelor va fi suma acestora

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q}{R} + \frac{Q'}{R'}\right)$$

Se observă ușor că potențialul rezultant este tot V pentru toate punctele aflate la distanța x de

centrul comun, satisfăcând $0 \leq x \leq R$.

d) Potențialul rezultant într-un punct pe sfera S'.

Potențialul determinat într-un punct pe sferei S' de către sarcina Q de pe sfera S, presupusă concentrată în centrul său, va fi

$$V'_S = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R'}$$

iar cel determinat de Q' de pe S' este V'_p, găsit la (c).

Potențialul rezultant pe sfera S' va fi

$$V' = V'_S + V'_p$$

$$\boxed{V' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R'} + \frac{Q'}{4\pi\varepsilon R'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q}{R'} + \frac{Q'}{R'}\right)}$$

e) Calculul sarcinilor Q și Q' primite de sferele S și S' când au fost încărcate la potențialele V și V'.

Calculăm diferența potențialelor rezultante pe cele două sfere:

$$V - V' = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q}{R} + \frac{Q'}{R'} - \frac{Q}{R'} - \frac{Q'}{R'}\right)$$

$$V - V' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right); \quad \boxed{Q = 4\pi\varepsilon(V - V')\frac{RR'}{R' - R}}$$

Pentru calculul lui Q' înlocuim valoarea lui Q în expresia potențialului rezultant al uneia din sfere, să zicem S':

$$V' = \frac{1}{4\pi\varepsilon R'}\left[4\pi\varepsilon(V - V')\frac{RR'}{R' - R} + Q'\right]$$

$$V' = \frac{(V-V')R}{R'-R} + \frac{Q'}{4\pi\varepsilon R'} \; ; \; \frac{Q'}{4\pi\varepsilon R'} = V' - \frac{(V-V')R}{R'-R}$$

$$Q' = 4\pi\varepsilon R' \frac{R'V' - RV' - RV + RV'}{R'-R}$$

$$\boxed{Q' = 4\pi\varepsilon R' \frac{R'V' - RV}{R'-R}}$$

→ Valoarea câmpului electric $\vec{E}$ după distanță de centru.

f) Câmpul electric propriu al unei sfere conductoare este nul în interiorul ei. Astfel, în-un punct M aflat la distanța x de centrul comun, pentru care $0 \leq x < R$, avem câmpurile proprii determinate de fiecare sferă în parte

$$\vec{E}_p = 0 \; ; \quad \vec{E}'_p = 0$$

și câmpul rezultant $\vec{E} = \vec{E}_p + \vec{E}'_p$ este

$$\vec{E} = 0$$

Dacă $R \leq x < R'$ atunci câmpul determinat în M de prima sferă, presupunând sarcina ei Q concentrată în centrul ei, va fi

$$|\vec{E}_s| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon x^2}$$

iar câmpul creat în M de sfera S' este nul, M fiind în interiorul sferei S'. Astfel, câmpul total în M este $\vec{E} = \vec{E}_s$, cu

$$|\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon x^2}$$

Dacă $x \geq R'$ atunci câmpul va fi cel creat de sarcina egală cu suma sarcinilor totale de pe cele două sfere, presupusă concentrată în centrul comun

$$E = \frac{Q+Q'}{4\pi\varepsilon x^2}$$

În exteriorul sferelor câmpul va fi nul numai dacă $Q = -Q'$.

g) Valoarea potențialului V după distanța de centru

S-a văzut că pentru punctele M la distanța x de centru cu $0 \leq x \leq R$, potențialul rezultant este

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{Q}{R} + \frac{Q'}{R'}\right)}$$

Pentru punctele M având $R < x \leq R'$ potențialul rezultant va fi suma dintre potențialul propriu determinat de sarcina Q' de pe sfera S':

$$V'_p = \frac{Q'}{4\pi\varepsilon R'}$$

și potențialul determinat de sarcina Q de pe sfera S în punctele exterioare ei, presupunând că sarcina Q este concentrată în centrul acestei sfere

$$V_{es} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon x}$$

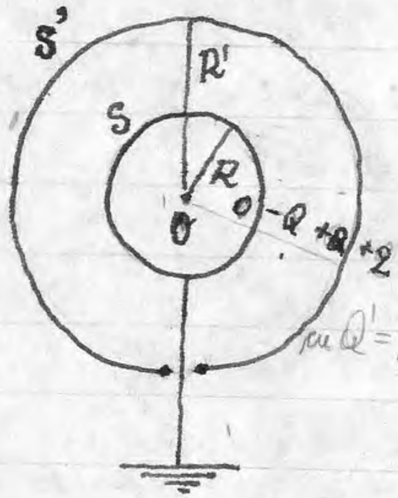
$$V = V_{es} + V'_p = \frac{Q}{4\pi\varepsilon x} + \frac{Q'}{4\pi\varepsilon R'}$$

$$\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon x} + \frac{Q'}{4\pi\varepsilon R'}}$$

Pentru punctele M având $[X > R']$ potențialul rezultant va fi suma potențialelor create în exterior de sarcinile totale ale fiecărei sfere, presupuse concentrate în centrul comun:

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon x} + \frac{Q'}{4\pi\varepsilon x} \Rightarrow \boxed{V = \frac{Q+Q'}{4\pi\varepsilon x}}$$

4. Fie două sfere conductoare, concentrice, izolate între ele, de raze R' și R ($R' > R$), cu pereți de grosime neglijabilă, sfera interioară legată printr-un conductor cu pământul, cea exterioară fiind încărcată la un potențial $V' > 0$.



a) Având $V' > 0$, pe sfera exterioară vine de la o sursă sarcina $+Q'$ care i-a distribuit uniform pe fața sa exterioară, în absența sferei interioare.

b) Sub influiența sarcinii $+Q'$ de pe sfera S', în sfera interioară S se separă pe fața exterioară sarcina $-Q$, iar sarcina $+Q$ respinsă spre fața interioară a lui S este scursă în pământ. Astfel, prin influiență, sfera S se încarcă cu sarcina $-Q$ uniform distribuită pe fața sa exterioară.

Fața interioară a lui S are sarcina nulă.

Sarcina totală a sferei S este suma sarcinilor feței:

$$-Q + 0 = -Q$$

având în vedere că grosimea sferei este neglijabilă: (rezultant)

c) Fiind în contact cu pământul, potențialul V al sferei S este nul ($V = 0$). Înseamnă că sfera S' este încărcată la potențialul (rezultant) V'.

Diferența de potențial dintre cele două sfere (de grosimi neglijabile) este

$$V' - V = V' - 0 = V'$$

potențialul respectiv de la suprafața exterioară a sferei interioare spre suprafața exterioară a sferei exterioare (vezi (b) mai jos).

d) Creșterea potențialului de la sfera interioară spre suprafața exterioară a celei exterioare, deci și existența în acest spațiu a unui câmp electric $\vec{E}$ îndreptat spre sfera interioară, se datorează sarcinii $-Q$ apărută prin influiență pe sfera interioară S.

Se știe că într-un câmp electric sarcinile pozitive sînt deplasate de câmp de la potențialul mai mare spre potențialul mai mic.

Drept urmare, dacă sarcina $+Q'$ ar trebui să fie pe fața exterioară a lui S', cantitatea $+Q$ este deplasată în sensul lui $\vec{E}$ atît cît deplasarea este posibilă, adică pînă la fața interioară a sferei S', pe cea exterioară rămînînd cantitatea $+q$.

Având în vedere grosimea neglijabilă a sferelor, presupunem neglijabile sarcinile ce s-ar afla între cele două fețe ale sferei S'.

Așadar, admitem că

$$Q' = Q + q$$

adică sfera S' deține sarcina +Q pe fața sa interioară și q pe fața sa exterioară, sarcina totală a lui S' fiind Q'.

e) Potențialul propriu al sferei S creat de sarcina ei -Q aflată pe fața sa exterioară vf.

$$V_p = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

fiind același pentru orice punct M a cărui distanță x de centrul O satisface $0 \le x \le R$.

Sfera S', având grosimea neglijabilă, putem considera că cele două „sfere" pe care sînt distribuite sarcinile +Q (fața interioară a sferei S') și +q (fața exterioară a sferei S') au aceeași rază R', sau că sfera S' de rază R' are sarcina totală Q+q, deci potențialul propriu al ei este

$$V'_p = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R'}$$

același pentru orice punct M a cărui distanță x la centrul O satisface $0 \le x \le R'$.
(Același rezultat pentru $0 \le x \le R'$ se obținea însumînd potențialele determinate de sfera „constituită" de fiecare față a lui S':

$$V'_p = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R'} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R'} = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R'}$$)

f) **În orice punct pentru care $0 \le x \le R$, deci de pe, sau din interiorul sferei S,** potențialul rezultant va fi suma potențialelor ce se suprapun în acea parte:

$$V = V_p + V'_p = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R'}$$

Cum sfera S este în contact cu pămîntul, potențialul rezultant V va fi nul:

$$V = 0$$

adică pentru aceste puncte avem:

$$\frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R'} = 0 \quad \text{de unde} \quad -\frac{Q}{R} + \frac{Q+q}{R'} = 0 \quad \text{sau}$$

$$Q = \frac{qR}{R'-R}$$. Se vede că $Q = q$ dacă $R' = 2R$.

g) Pentru punctele M a căror distanță x de centrul O satisface $R < x \le R'$, potențialul creat de sarcina -Q de pe sfera S, presupusă concentrată în centrul acesteia este

$$V_{es} = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

(în fond sînt puncte exterioare sferei S și interioare, sau situate pe sfera S').

Potențialul rezultant V^* în aceste puncte va fi suma dintre potențialul V_{es} creat de sarcina -Q de pe S și potențialul V'_p propriu al sferei S' creat de sarcina Q+q și calculat mai sus la punctul c)

$$V^* = V_{es} + V'_p = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 x} + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R'}$$

h) Dacă x crește de la R la R', deci

$$V^* = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R'} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

se vede că potențialul rezultant V^* crește de la $V_R^* = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R'} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = V = 0$ (vezi pct (f) anterius), la $V_{R'}^* = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R'} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R'}$, sau $\boxed{V_{R'}^* = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R'}}$

Dar $V_{R'}^*$ este potențialul rezultant pe fața exterioară a sferei S', adică tocmai potențialul V' asigurat lui S' din exterior:

$V_{R'}^* = V'$ care se scrie $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R'} = V'$

de unde: $\boxed{q = 4\pi\varepsilon_0 R' V'}$

Înlocuind această în ultima formulă găsită la (f), a lui q, obținem

$$\boxed{Q = 4\pi\varepsilon_0 \frac{RR'V'}{R'-R}}$$

Astfel am determinat sarcinile Q și q de pe fețele sferelor.

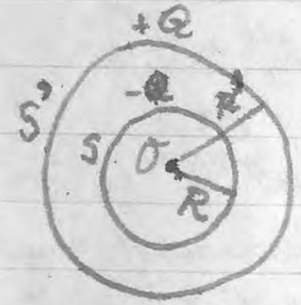
i) Din expresia lui q se vede că sarcina feței exterioare a sferei S' depinde numai de R' și V', ca și când sfera S' ar fi singură, izolată în spațiu (doar menținută de la o sursă la potențialul V')

În prezența și a sferei S la același potențial V' și aceeași sarcină $+q$ pe fața exterioară a sferei S' se adaugă încă S' primește de la sursă o sarcină totală mai mare decât $+q$ cu $+Q$, această din urmă repartizându-se uniform pe fața interioară a sferei S'.

j) Cele două sfere S' și S, împreună cu aerul dintre ele, formează un condensator sferic, sferele conductoare fiind armăturile, iar aerul fiind dielectricul.

Armătura S, interioară, este încărcată cu sarcina $-Q$ situată pe fața sa exterioară. Armătura cealaltă, S', trebuie să aibă sarcina $+Q$. Se vede că ea este plasată pe fața interioară a lui S'. Astfel, fața exterioară a lui S', cu sarcina $+q$ de pe ea, nu aparține condensatorului sferic considerat.

k) Să calculăm capacitatea C a unui condensator sferic, având armătura interioară o sferă conductoare S de rază R și sarcină $-Q$ și armătura exterioară o sferă conductoare S' de rază R' ($R' > R$) și sarcină $+Q$



Prin definiție $C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{V'-V}$. S-a calculat $V = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon R} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon R'}$ ca fiind potențialul rezultant pe armătura S (suma potențialului propriu datorat sarcinii sale $-Q$ și potențialul propriu creat de sarcina $+Q$ de pe armătura S').

Evident, $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\,\frac{R-R'}{RR'} < 0$; $(R<R')$

Potențialul rezultant pe armătura S' va fi suma potențialului propriu creat de sarcina $+Q$ de pe S', și potențialul creat de sarcina $-Q$ de pe S în exteriorul lui S, în punctele lui S', aflate la distanța R' de centrul comun O, presupunând sarcina $-Q$ concentrată în O:

$$V' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R'} + \frac{-Q}{4\pi\varepsilon R'} = 0.$$

Înlocuind în definiția lui C, obținem

$$C = \frac{Q}{V'-V} = \frac{Q}{0-V} = \frac{Q}{-V} = \frac{Q}{-\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\,\frac{R-R'}{RR'}}$$

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon\,\frac{RR'}{R'-R}}$$

Se vede că C nu depinde decât de natura dielectricului dintre armături și de razele sferelor.

l) Condensatorul sferic menționat la (j) va avea capacitatea exprimată de aceeași formulă găsită anterior, după cum rezultă din ultima observație (dependența lui C doar de ε, R și R').

Cum s-a arătat la condensatorul de la (j) potențialul rezultat al armăturii interioare este $V=0$ iar al celei exterioare este V'; deci $U = V'-V = V'$,

iar sarcina unei armături este Q.

Folosind definiția $C = \frac{Q}{U}$ obținem

$$C = \frac{Q}{V'} \quad \text{sau} \quad \boxed{Q = CV'}$$

Înlocuind aici pe C găsit la (k), avem:

$$Q = 4\pi\varepsilon\,\frac{RR'}{R'-R}\cdot V' \quad \text{sau} \quad \boxed{Q = 4\pi\varepsilon\,\frac{RR'V'}{R'-R}}$$

ceea ce s-a găsit la (k) pe altă cale.

Din expresia lui Q găsită la (l) scoatem $\mathcal{Q}$, și înlocuind pe Q cu cel de mai sus, avem:

$$\mathcal{Q} = \frac{Q(R'-R)}{R} = 4\pi\varepsilon\,\frac{RR'V'}{R'-R}\cdot\frac{R'-R}{R} = 4\pi\varepsilon R'V'$$

deci

$$\boxed{\mathcal{Q} = 4\pi\varepsilon R'V'}$$

adică și $\mathcal{Q}$ l-am găsit pe altă cale decât cea de la (h).

m) Pentru punctele M având distanța x la centrul O al celor două sfere S și S', potențialul V se exprimă astfel:

dacă $0 \le x \le R$, avem $V = 0$

dacă $R < x \le R'$, avem $V = \frac{Q+\mathcal{Q}}{4\pi\varepsilon_0 R'} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x}$

dacă $x > R'$, avem $V = \frac{\mathcal{Q}}{4\pi\varepsilon_0 x}$ deoarece

potențialul rezultant va fi același cu cel creat de sarcina egală cu suma sarcinilor totale de pe cele două sfere, presupusă concentrată în centrul lor comun: $V = \frac{-Q+Q+\mathcal{Q}}{4\pi\varepsilon_0 x} = \frac{\mathcal{Q}}{4\pi\varepsilon_0 x}$.

Pentru a afla expresia lui V funcție de V' și de Q și q, rămâne valorile aflate în urma cărora cele calculate la (4) pentru q și respectiv $Q = \frac{qR}{R'-R}$ găsite în (1):

În cazul $R \le x \le R'$:

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R'} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R'} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[Q\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{x}\right) + \frac{q}{R'}\right] =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{qR}{R'-R}\,\frac{x-R'}{xR'} + \frac{q}{R'}\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{4\pi\varepsilon_0 R'V'R}{R'-R}\,\frac{x-R'}{xR'} + \right.$$

$$\left. + \frac{4\pi\varepsilon_0 R'V'}{R'}\right] = \frac{V'R(x-R')}{x(R'-R)} + V' = V'\left[\frac{R(x-R')}{x(R'-R)} + 1\right] =$$

$$= V'\,\frac{xR - RR' + xR' - xR}{x(R'-R)} = V'\,\frac{R'(x-R)}{x(R'-R)} \quad \text{deci}$$

$$\boxed{V = \frac{R'(x-R)}{x(R'-R)}\,V'}$$

În cazul $x > R'$ avem

$$V = \frac{4\pi\varepsilon_0 R'V'}{4\pi\varepsilon_0 x} \quad ; \quad \boxed{V = \frac{R'V'}{x}}$$

11) Să aflăm câmpul electric $\vec{E}$ pentru punctele M a căror distanță la centrul O este x.

dacă $0 \le x < R$ avem $|\vec{E}| = 0$ deoarece în nici una din sfere nu există câmp în interior.

dacă $R \le x < R'$ câmpul este creat doar de sarcina $-Q$ de pe sfera S

$$|\vec{E}| = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon x^2}$$

dacă $x \ge R'$ câmpul este creat și de cele două sfere sarcina totală a celor două sfere $-Q+Q+q = q$ este concentrată în centrul comun O:

$$|\vec{E}| = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

În cele două expresii ale lui $|\vec{E}|$ se procedează ca la potențial spre a le face dependente de V' și nu de Q și q.