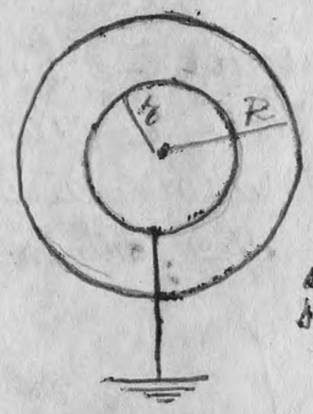
Manual 1981 — 1113.13 22-03-1985



$R = 20$ cm
$r = 10$ cm
$Q = 10^{-8}$ C
a) $C = ?$
Sistemul izolator

a) Sarcina $+Q$ primită din exterior o-ar distribui uniform pe fața exterioară a sferei exterioare, în absența sferei interioare. În prezența sferei interioare prin legătură cu pământul, sub influența sarcinii $+Q$ de pe sfera exterioară, pe sfera interioară este adusă din pământ sarcina electrică $-q$ care se distribuie uniform pe fața ei exterioară, ceea ce determină deplasarea cantității $+q$ de sarcină de pe fața exterioară a sferei exterioare, pe fața ei interioară, rămânând din $+Q$, doar cantitatea $+Q'$ pe fața exterioară a sferei exterioare.

Cum grosimea sferei exterioare este neglijabilă, sarcina sferei exterioare se află doar pe fața sa: $\boxed{Q = q + Q'}$ (1)

Potențialul V al sferei interioare este nul, ca și a pământului, datorită legăturii sale cu acesta.

Potențialul V' al sferei exterioare este determinat de potențialul propriu V_p, datorat sarcinii sale totale $+Q$,

$$\boxed{V_p' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}} \quad (2)$$

peste care se suprapune potențialul V_e, determinat în orice punct al ei de sarcina $-q$ a feței interioare, presupusă concentrată în centrul sferei interioare (este vorba de potențialul determinat de sarcina electrică a unei sfere, într-un punct exterior acestei sfere)

$$\boxed{V_e = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R}} \quad (3)$$

Avem $V' = V_p' + V_e = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q-q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$$\boxed{V' = \frac{Q-q}{4\pi\varepsilon_0 R}} \quad (4)$$

Sistemul primește sarcina totală Q pe care o depozitează pe cele două fețe ale sferei exterioare, sub potențialul V'. Capacitatea sistemului va fi, prin definiție:

$$\boxed{C = \frac{Q}{V'}} \quad (5)$$

unde înlocuind pe V' din (4) obținem

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \frac{Q}{Q-q} \quad (5^*)$$

Pe q îl determinăm din condiția ca potențialul rezultant V al sferei interioare să fie nul. Acest potențial V este rezultat al suprapunerii potențialelor proprii V_p' și V_p a celor două sfere, exterioară și interioară. V_p' este exprimat de relația (2), iar V_p se scrie analog

$$\boxed{V_p = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r}} \quad (6)$$

Astfel $V = V_p' + V_p = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R} - \frac{q}{r}\right)$

Pentru $V = 0$ avem

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R} - \frac{q}{r}\right) = 0 \quad \text{sau} \quad \boxed{q = Q\frac{r}{R}} \quad (7)$$

Înlocuind (7) în (5*) obținem

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \frac{Q}{Q - Q\frac{r}{R}} = 4\pi\varepsilon_0 R \frac{Q}{Q\frac{R-r}{R}} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{R-r}$$

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{R-r}} \quad (8)$$

Numeric:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}} \cdot \frac{R^2}{R-r} = \frac{1}{9\cdot 10^9} \cdot \frac{(0{,}2)^2}{0{,}2-0{,}1} = \frac{1}{9\cdot 10^9} \cdot \frac{4\cdot 10^{-2}}{10^{-1}} = 0{,}444\cdot 10^{-10}$$

$$C = 44{,}4\cdot 10^{-12}\,F \qquad \boxed{C = 44{,}4\,pF} \quad (9)$$

b) Fața exterioară a sferei interioare, cu fața interioară a sferei exterioare, purtând fiecare sarcina de modul q, împreună cu acest din ele, alcătuiesc un condensator sferic de capacitate C_s, cu

$$\boxed{C_s = \frac{q}{V'-V} = \frac{q}{V'-0} = \frac{q}{V'} = \frac{Q\frac{r}{R}}{Q - Q\frac{r}{R}} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{rR}{R-r}} \quad (11)$$

unde am înlocuit V' din (4) și q din (7).

Fața ~~interioară~~ exterioară a sferei exterioare depozitează sarcina $Q-q$ sub potențialul V', deci funcționează ca un conductor de capacitate C_e, cu

$$C_c = \frac{Q-q}{V'} = (Q-q)\cdot\frac{4\pi\varepsilon_0 R}{Q-q} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

$$\boxed{C_c = \frac{Q-q}{V'}} \quad (13) \qquad \boxed{C_c = 4\pi\varepsilon_0 R} \quad (14)$$

Observăm că pistonul celor două sfere de capacitate C_s, depozitează sarcina totală preluată din exterior Q, pe condensatorul sferă de capacitate C_s (cantitatea q), și pe „conductorul" constituit doar din fața exterioară a sferei exterioare (cea reținută cantitatea $Q-q$).

Schema electrică echivalentă o deducem din condiția ca pe o grupare de condensatoare să se depoziteze aceeași sarcină totală Q, la aceeași diferență de potențial $V-V'$.

Se știe că $\boxed{V=0}$. Pe V' îl exprimăm doar în funcție de datele problemei. Din (4) ÷ (7) obținem

$$V' = \frac{Q - Q\frac{r}{R}}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{R-r}{R^2}; \quad \boxed{V' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{R-r}{R^2}} \quad (15)$$

Acum scriem: $\boxed{Q = q + (Q-q)}$ (16)

Din (5), (11) și (13) scriem:

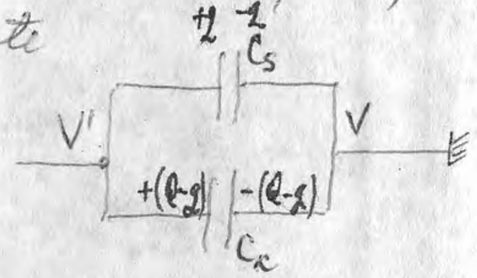
$Q = CV'$; $q = C_s V'$; $Q-q = C_c V'$

și înlocuim în (16) avem:

$CV' = C_s V' + C_c V'$ sau $\boxed{C = C_s + C_c}$ (17)

Din (17) rezultă că două condensatoare de capacități C_s, respectiv C_c, grupate în

paralel, având potențialele armăturilor $V=0$, respectiv V' dat de (15), vor depozita sarcina totală Q. Așadar, schema electrică echivalentă este



unde: $\boxed{V=0}$; $V' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R-r}{R^2} = \frac{10^{-8}\cdot 9\cdot 10^9 (0{,}2-0{,}1)}{(0{,}2)^2} =$

$= \frac{10^{-8}\cdot 9\cdot 10^9\cdot 0{,}1}{(2\cdot 10^{-1})^2} = \frac{9}{4\cdot 10^{-2}} = 2{,}25\cdot 10^2 = 225$ Volți

$\boxed{V' = 225 \text{ Volți}}$

$C_s = \frac{1}{9\cdot 10^9}\,\frac{0{,}1\cdot 0{,}2}{0{,}2-0{,}1} = \frac{0{,}02}{9\cdot 10^9\cdot 0{,}1} = \frac{2\cdot 10^{-2}}{9\cdot 10^8} = 0{,}222\cdot 10^{-10}$ F

$\boxed{C_s = 22{,}2 \text{ pF}}$

Pe armătura a condensatorului de capacitate C_s va fi depozitată sarcina

$q = Q\frac{r}{R} = 10^{-8}\,\frac{0{,}1}{0{,}2} = 0{,}5\cdot 10^{-8} = 5\cdot 10^{-9}$ C

$\boxed{q = 5\cdot 10^{-9} \text{ C}}$

Pe armătura a condensatorului de capacitate C_c va fi depozitată sarcina:

$Q-q = 10^{-8} - 5\cdot 10^{-9} = 10^{-8} - 0{,}5\cdot 10^{-8} = 0{,}5\cdot 10^{-8}$

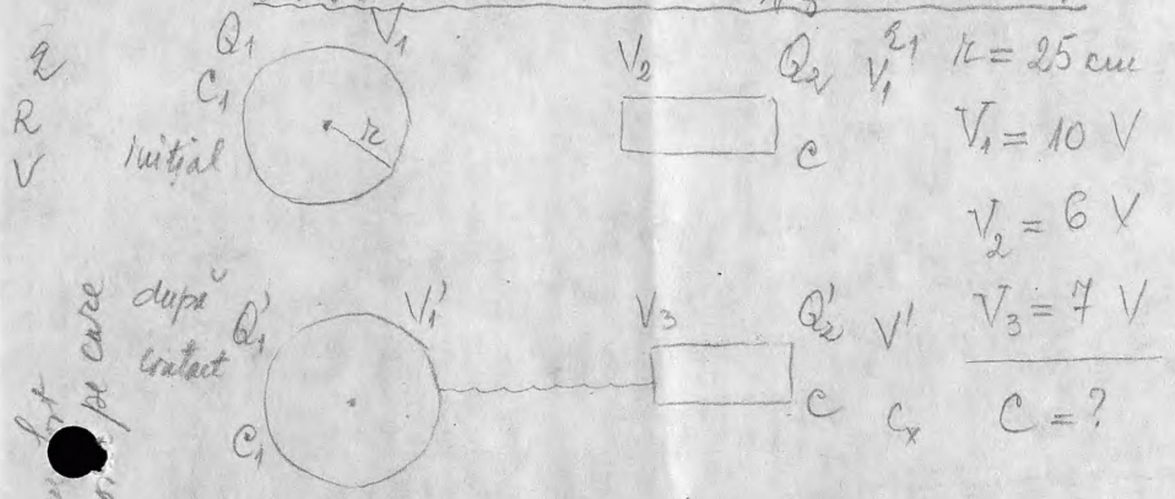
$\boxed{Q-q = 0{,}5\cdot 10^{-8} \text{ C}} = 5\cdot 10^{-9}$ C

Sarcina totală depozitată pe grupare este $Q = 10^{-8}$ C

22.03.1985

Gheorghiu 1972 – 475

(Există asemănătoare în Hristo, pg. 158-2.8.48)



Problemele de mai jos le-am găsit pe care nu le-am rezolvat în pagina 1-6

Prima rezolvare

Amintim: - Capacitatea conductorilor izolați și depărtați de alți conductori este o caracteristică a conductorilor respectivi.

Vom admite că prin contactul realizat în fiecare sferă și conductor prin intermediul firului metalic, capacitatea fiecăreia nu se modifică.

- Punând în contact sfera cu conductorul: a) se egalizează potențialele, deci $\boxed{V_1' = V_3}$ (1)

b) se redistribuie sarcinile electrice între sferă și conductor, păstrându-se sarcina totală aflată pe ansamblul sferă-conductor, deci

$$\boxed{Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'} \quad (2)$$

Din (2) avem (3) $\boxed{Q_1 - Q_1' = Q_2' - Q_2}$

care exprimă că sarcina $Q_1 - Q_1'$ cedată de sferă conductorului, în urma contactului, este egală cu sarcina $Q_2' - Q_2$ primită de conductor, în urma contactului.

Pentru sferă: (4) $\boxed{V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}}$ deci $\boxed{Q_1 = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r V_1}$ (4)

(5) $\boxed{C_1 = \frac{Q_1}{V_1}}$ și $C_1 = \frac{Q_1'}{V_3}$ de unde $\frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_1'}{V_3}$ sau

$\frac{Q_1 - Q_1'}{V_1 - V_3} = \frac{Q_1}{V_1}$ din care $\boxed{Q_1 - Q_1' = \frac{Q_1}{V_1}(V_1 - V_3)}$ (5)

Pentru conductor:

(6) $\boxed{C = \frac{Q_2}{V_2}}$ și $C = \frac{Q_2'}{V_3}$ de unde $\frac{Q_2}{V_2} = \frac{Q_2'}{V_3}$ sau

$\frac{Q_2' - Q_2}{V_3 - V_2} = \frac{Q_2}{V_2}$ din care $\boxed{Q_2' - Q_2 = \frac{Q_2}{V_2}(V_3 - V_2)}$ (7)

Înlocuind (5) și (7) în (3) obținem:

$\frac{Q_1}{V_1}(V_1 - V_3) = \frac{Q_2}{V_2}(V_3 - V_2)$ iar aici folosind pe (6):

$\frac{Q_1}{V_1}(V_1 - V_3) = C(V_3 - V_2)$; $C = \frac{Q_1(V_1 - V_3)}{V_1(V_3 - V_2)}$

Înlocuind pe Q_1 dat de (4):

$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r V_1 (V_1 - V_3)}{V_1(V_3 - V_2)}$; $\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r \frac{V_1 - V_3}{V_3 - V_2}}$

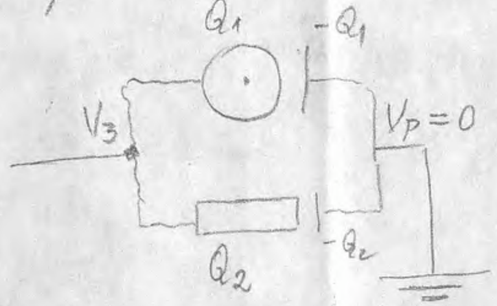
A doua rezolvare

Scriem pentru sferă: $V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$ deci $\boxed{Q_1 = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r V_1}$ (1*)

Pentru conductor $C = \frac{Q_2}{V_2}$ deci $\boxed{Q_2 = CV_2}$ (2*)

Cele două corpuri legate sînt echivalente cu două condensatoare legate în paralel, pămîntul constituind a doua armătură. Gruparea are capacitatea echivalentă $C_1 + C_2$ și

depozitează sarcina totală $Q_1 + Q_2$ sub o diferență de potențial $V_3 - 0 = V_3$. Avem



$\boxed{C_1 + C = \frac{Q_1 + Q_2}{V_3}}$ (3*)

Dar $C_1 = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r V_1}{V_1}$

$\boxed{C_1 = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$ (4*)

Ținînd (1*), (2*) și (4*) în (3*) obținem:

$4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r + C = \frac{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r V_1 + CV_2}{V_3}$

$4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r V_3 + CV_3 - CV_2 = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r V_1$

$C(V_3 - V_2) = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r (V_1 - V_3)$

$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon \frac{V_1 - V_3}{V_3 - V_2}}$

Numeric $C = \frac{1}{9 \cdot 10^9} \cdot 0{,}25 \frac{10 - 7}{7 - 6} = \frac{25 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{9 \cdot 10^9} =$

$= \frac{75}{7} \cdot 10^{-11} = 8{,}33 \cdot 10^{-11} = 83{,}3\ 10^{-12}$ F

$\boxed{C = 83{,}3\ pF}$

Observație importantă

Orice conductor având sarcina Q și potențialul V poate fi privit ca un condensator având acel conductor drept una din armături, și pămîntul drept armătura a doua.

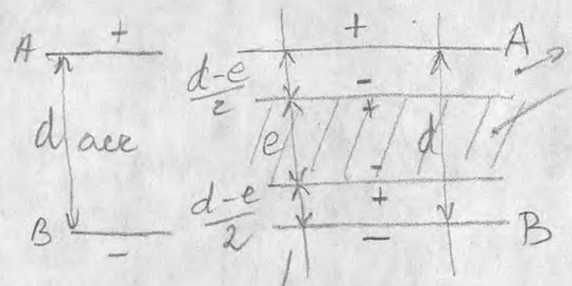
Se vede că, capacitatea unui astfel de condensator va fi

$C = \frac{Q}{V - 0} = \frac{Q}{V}$

coincidînd cu capacitatea conductorului.

Gheorghiu, 485

Să se calculeze capacitatea unui condensator cu aer, a cărui armături sunt plăci dielectrice



$S = 12\ cm^2$

$e = 4\ mm$

$\frac{d-e}{2} = 0{,}05\ mm$

$\varepsilon_r = 4{,}5$

a) $C = ?$ b) $C' = ?$

(a) 1°) Dacă dielectricul este aer: $C_a = \frac{\varepsilon_0 S}{d_a}$

Dacă dielectricul este cuarț: $C_c = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d_c}$

Pentru ca să avem $C_a = C_c$, găsim relația între distanțele dintre armături:

$C_a = C_c$; $\frac{\varepsilon_0 S}{d_a} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d_c}$; $\boxed{d_c = \varepsilon_r d_a}$

2°) Stratul de aer dintre armături, de grosime $d_a' = d - e$, poate fi înlocuit cu un strat de cuarț de grosime

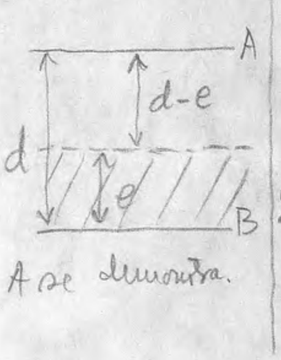
$$d_c' = \varepsilon_r d_a = \varepsilon_r (d - e)$$

obținându-se un condensator echivalent celui cu dielectric aer, având un strat de cuarț de grosime totală

$$d_e = e + d_c' = e + \varepsilon_r (d - e)$$

$$\boxed{d_e = e(1 - \varepsilon_r) + \varepsilon_r d}$$

echivalent cu



A se demonstra.

3°) Vom avea pentru condensatorul nostru

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d_e} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{\varepsilon_r d - e(\varepsilon_r - 1)}$$

$$C = \frac{8{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot 4{,}5 \cdot 12 \cdot 10^{-4}}{4{,}5(4 + 0{,}1)10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}(4{,}5 - 1)} \simeq 10{,}7\ pF$$

Observația 1

Intr-o dielectrică între armăturile a unei plăci dielectrice de grosime e formă la creșterea a doi condensatori, având fiecare dielectricului (apoi una din armături (altfel fiind vizată dielectricul având ca grosime fiecare cele două părți ale condensatorului legate în serie). Trecând din această din nou în noua stare de echilibru fiind cu dielectricul același cu cel plăcii introduse. Se află astfel grosimea ce ar trebui dă o altă placă pentru ca tipul de armături, să aibă același capacitate cu condensatorul inițial, între armăturile cărora a introdus placa dielectrică de grosime „e".

(b) $C' = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{e} = \frac{8,856 \cdot 10^{-12} \cdot 4,5 \cdot 42 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-3}} =$

$= 8,856 \cdot 13,5 \cdot 10^{-13} = 119,56 \cdot 10^{-13}$ F

$C' = 11,956 \cdot 10^{-12}$ F $\quad \boxed{C' \simeq 12 \text{ pF}}$

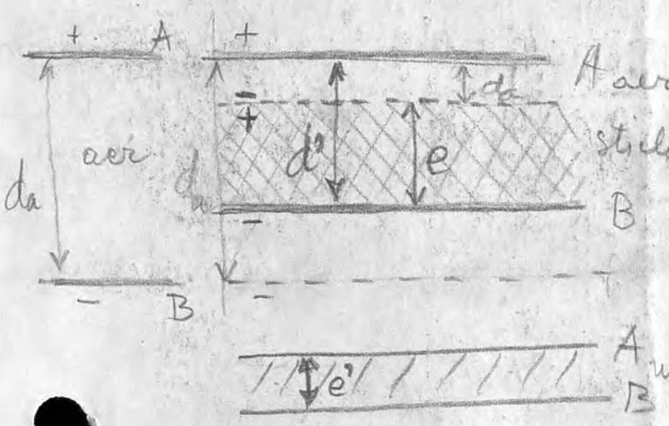
———

Observația 2

Se arată că nu are importanță dacă placa introdusă între armături este egal depărtată de acestea, sau nu. De aceea calculul se poate simplifica dacă se consideră placa dielectrică lipită de una din armături, creându-se un singur condensator cu aer, în loc de doi. Așa că s-a și rezolvat problema la pct. (a).

1972

Gheorghiu - 486



$d = 1,5$ cm

$C = 185$ pF

1°) $C' = ?$; $d' = 1$ cm; $e = 0,8$ cm

ε_{rs} sticlă $= 2,6$

2°) ε_{rm} mică $= 5$; $C_1 = ?$

$e' = 0,1$ cm

(1°) Este aplicație la cele arătate la problema 485.

$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$; $\boxed{S = \frac{Cd}{\varepsilon_0}}$

Armătura A, fața plăcii de sticlă și aerul dintre ele formează un condensator cu aer, de capacitate C_a. Un condensator cu dielectric sticlă, echivalent cu ce va avea capacitatea $C_s = C_a$

$\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_s S}{d'_s} = \frac{\varepsilon_0 S}{d_a}$; $\frac{\varepsilon_s}{d'_s} = \frac{1}{d'_a}$; $d'_s = \varepsilon_s d'_a$

grosimea d_s a unei plăci de sticlă care cu armăturile A și B să formeze un condensator de capacitate C', egală cu cea cerută la (1°) va fi:

$d_s = d'_s + e = \varepsilon_s d'_a + e = \varepsilon_s (d' - e) + e$

$d_s = \varepsilon_s d' - (\varepsilon_s - 1) e$

Vom avea deci

$C' = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_s S}{d_s} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_s \frac{Cd}{\varepsilon_0}}{\varepsilon_s d' - e(\varepsilon_s - 1)}$

$$\boxed{C' = \frac{\varepsilon_s C d}{\varepsilon_s d' - e(\varepsilon_s - 1)}} \qquad C' = \frac{2{,}6 \cdot 185 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2}}{2{,}6 \cdot 10^{-2} - 0{,}8 \cdot 10^{-2}(2{,}6-1)}$$

$$C' = \frac{2{,}6 \cdot 185 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-14}}{(2{,}6 - 0{,}8 \cdot 1{,}6) \cdot 10^{-2}} = \frac{2{,}6 \cdot 185 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-12}}{2{,}6 - 1{,}28} =$$

$$= \frac{2{,}6 \cdot 185 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-12}}{1{,}32} = \frac{2{,}6 \cdot 185 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-12}}{0{,}44} = 546 \cdot 10^{-12} F$$

$$\boxed{C' = 546 \text{ pF}}$$

2°) Pentru mica:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_m S}{e'} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_m \frac{Cd}{\varepsilon_0}}{e'} = \frac{\varepsilon_m C d}{e'} = \frac{5 \cdot 185 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2}}{0{,}1 \cdot 10^{-2}}$$

$$C_1 = 5 \cdot 185 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-11} = 1387{,}5 \cdot 10^{-11} \simeq 13{,}88 \cdot 10^{-9} F$$

$$\boxed{C_1 = 13{,}88 \text{ nF}}$$

3.2.18 1) $V_0 = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 R}$ $\quad Q_0 = 4\pi\varepsilon_0 R V_0$

$OM = 50 \text{ cm}$
$R = 20 \text{ cm}$
$V_0 = 45000 \text{ V}$
$r = 0{,}5 \text{ cm}$

$$E_M = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 \cdot OM^2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R V_0}{4\pi\varepsilon_0 \cdot OM^2} = \frac{R V_0}{OM^2}$$

$$\boxed{E_M = \frac{R V_0}{OM^2}} = \frac{0{,}2 \cdot 45 \cdot 10^3}{0{,}5^2} = \frac{2 \cdot 45 \cdot 10^2}{(5 \cdot 10^{-1})^2}$$

$$E_M = \frac{90 \cdot 10^2}{25 \cdot 10^{-2}} = \frac{36 \cdot 10^3 \cdot 10^2}{100} = 36 \cdot 10^3 \frac{V}{m} \qquad \boxed{E_M = 36 \cdot 10^3 \frac{V}{m}}$$

$$\boxed{V_M = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot OM} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R V_0}{4\pi\varepsilon_0 \cdot OM} = \frac{R V_0}{OM}} = \frac{0{,}2 \cdot 45 \cdot 10^3}{0{,}5} = \frac{4 \cdot 45 \cdot 10^3}{10}$$

$$V_M = 180 \cdot 10^2 \qquad \boxed{V_M = 18 \cdot 10^3 \text{ V}}$$

2) $V_{SM} = V_M = 18 \cdot 10^3 \text{ V}$; $Q_{SM} = 0$ sfera fiind izolată, nu poate primi nici cede electroni, deci nu se încarcă electric.

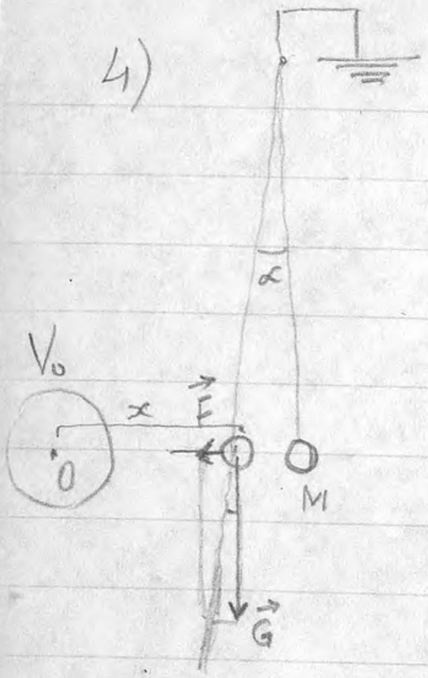
3) $V'_{SM} = V_p = 0$. Pe sfera din M vine sarcini de semn contrar celor de pe sfera din O, astfel încât să avem potențialul sferei M datorat noilor sarcinii Q ($\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$) adunat cu potențialul V_M creat de sarcina Q din O, să dea zero:

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + V_M = 0 \; ; \; Q = -4\pi\varepsilon_0 R \cdot V_M$$

$$Q = -\frac{1}{9 \cdot 10^9} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 18 \cdot 10^3 = -\frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 18 \cdot 10^3}{9 \cdot 10^9} = \frac{10 \cdot 18}{18 \cdot 10^9} = -10^{-8} C$$

$$\boxed{Q = -10^{-8} C}$$

4)



α fiind foarte mic, obtinem:

$$\alpha \simeq tg\alpha = \frac{F}{G} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_0 \cdot Q}{x^2}\cdot\frac{1}{G}$$

$$\alpha = \frac{4\pi\varepsilon_0 R V_0 \cdot Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2 G} = \frac{R V_0 \cdot Q}{x^2 G} \quad cu\ x \simeq OM$$

$$\alpha = \frac{0{,}2 \cdot 45\cdot 10^3 \cdot 10^{-8}}{0{,}5^2 \cdot 0{,}02} = \frac{2\cdot 45\cdot 10^{-6}}{25\cdot 2\cdot 10^{-4}}$$

$$\alpha = \frac{4\cdot 45\cdot 10^{-2}}{10^2} = 180\cdot 10^{-4} = 18\cdot 10^{-3}\ rad.$$

$\alpha^\circ = 1^\circ\,1'\,48''$

π rad ---- 180°

0,018 rad ---- α°

$$x^\circ = \frac{0{,}018\cdot 180}{3{,}14} = \frac{324}{314} = 1^\circ\,1'\,48''$$

În manual = $1^\circ 3'$

Vierosanu 252 _ 3.2.21

$Q_1 = +2\cdot 10^{-6} C$

$Q_2 = +2\cdot 10^{-7} C$

$\varepsilon_r = 1$

$d = 2m$

1°) $F = ?$

2°) $L = ?$ $d' = 1m$

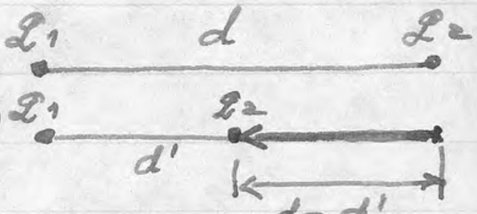
3°) $\frac{R_1}{R_2} = ?$ $V_1 = V_2$

1° $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1 Q_2}{d^2}$

$F = 9\cdot 10^9\,\frac{2\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-7}}{4}$

$F = 9\cdot 10^9 \cdot 10^{-13}\ N$

$\boxed{F = 9\cdot 10^{-4} N}$



2° $L = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d'}\right)$

$L = 9\cdot 10^9 \cdot 2\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-7}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1}\right)$

$L = 9\cdot 10^9 \cdot 4\cdot 10^{-13}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$

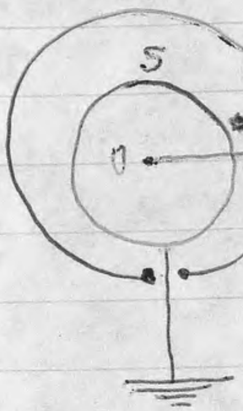
$\boxed{L = -18\cdot 10^{-4} J.}$

3° $V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$; $V_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$ Inlocuim ca

$V_1 = V_2$; $\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$ $\frac{R_2}{R_1} = \frac{Q_2}{Q_1}$

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{2\cdot 10^{-6}}{2\cdot 10^{-7}} = 10$ $\boxed{\frac{R_1}{R_2} = 10}$

Vierosanu 253 – 3.2.24



$R = 20\,cm$
$V = 0$
$R' = 22\,cm$
$V' = 9000\,V$

1) $Q = ?$; $\mathcal{L} = ?$
2) $E_{M_1} = ?$

(I) Sfera S fiind în contact cu pământul, sarcinile electrice se scurg în pământ, exceptând cele reținute pe fața exterioară prin influență din partea sferei S' (fețele interioară a lui S' și exterioară a lui S formează un condensator sferic). Fie $+Q$ sarcina pe fața interioară a lui S' și $-Q$ cea de pe fața exterioară a lui S.

Pe fața interioară a lui S sarcina este nulă, deoarece se scurge în pământ.

Capacitatea condensatorului sferic se calculează cu $C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{RR'}{R'-R}$. Sarcina pe o armătură este Q. ~~Potențialul~~ Avem prin definiție $C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{V'-V} = \frac{Q}{V'-0} = \frac{Q}{V'}$

Am ținut seama că potențialul V al sferei S este nul. $C = \frac{Q}{V'}$

$$\boxed{Q = CV_1 = 4\pi\varepsilon_0 \frac{RR'}{R'-R} V'}$$ unde toate literele au valori cunoscute.

Observăm că în orice punct din interiorul sferei S potențialul V_0 va fi nul

Dar V_0 este compus din suprapunerea potențialelor create de sarcina totală de pe sfera S' și sarcina totală de pe sfera S. Le notăm V_S, V'_S.

$$V_S = \frac{0-Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\ ; \quad V'_S = \frac{Q+\mathcal{Q}}{4\pi\varepsilon_0 R'}$$

$$V_0 = V_S + V'_S = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{Q+\mathcal{Q}}{4\pi\varepsilon_0 R'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{Q}{R} + \frac{Q+\mathcal{Q}}{R'}\right)$$

Cum $V_0 = 0$ avem:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{Q}{R} + \frac{Q+\mathcal{Q}}{R'}\right) = 0$$ De aici mai calculăm sarcina $\mathcal{Q}$.

$$-\frac{Q}{R} + \frac{Q}{R'} + \frac{\mathcal{Q}}{R'} = 0\ ; \quad Q\frac{R'-R}{RR'} = -\frac{\mathcal{Q}}{R'}$$

$$\frac{Q}{RR'}(R'-R) = \frac{\mathcal{Q}}{R'} \qquad \mathcal{Q} = \frac{QR'}{RR'}(R'-R)$$

$$\mathcal{Q} = \frac{Q}{R}(R'-R)\ ; \quad \boxed{\mathcal{Q} = 4\pi\varepsilon_0 R'V'}$$

Observăm că $V' = \frac{\mathcal{Q}}{4\pi\varepsilon_0 R'}$ de unde $\boxed{\mathcal{Q} = 4\pi\varepsilon_0 R'V'}$

(2) Intensitatea E_M într-un punct M din interiorul sferei mici S este nulă. Notând $OM = x$:

$0 < x < R$ avem $E_M = 0$.

Dacă $R < x < R'$ în M sfera S produce câmpul

$$E_{SM} = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = -\frac{4\pi\varepsilon_0 RR'V'}{R'-R}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = -\frac{RR'V'}{x^2(R'-R)}$$

sfera S' nu creează câmp în interiorul ei.

Dacă $x > R'$, în M câmpul este creat ca și cum sarcina totală a ambelor sfere s-ar afla în O.

$$E_M = \frac{-Q+Q+\mathcal{Q}}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{\mathcal{Q}}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R'V'}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{R'V'}{x^2}$$

Vierosame 252 – 3.2.21

$q_1 = +2\cdot10^{-6}\,C$

$q_2 = +2\cdot10^{-7}\,C$

$\varepsilon_r = 1$

$d = 2\,m$

1°) $F = ?$

2°) $L = ?$ $d' = 1\,m$

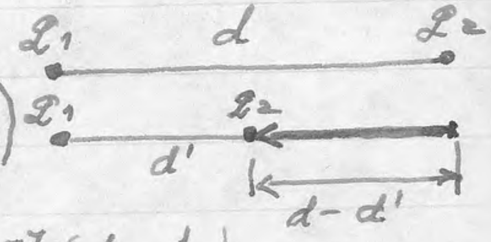
3°) $\frac{R_1}{R_2} = ?$ $V_1 = V_2$

(1°) $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{d^2}$

$$F = 9\cdot10^9\,\frac{2\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^{-7}}{4}$$

$$F = 9\cdot10^9\cdot10^{-13}\,N$$

$$\boxed{F = 9\cdot10^{-4}\,N}$$



(2°) $L = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d'}\right)$

$$L = 9\cdot10^9\cdot2\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^{-7}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1}\right)$$

$$L = 9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-13}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{L = -18\cdot10^{-4}\,J.}$$

(3°) $V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}\ ;\ V_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$ Înlocuim că

$V_1 = V_2\ ;\ \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$ $\frac{R_2}{R_1} = \frac{q_2}{q_1}$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{2\cdot10^{-6}}{2\cdot10^{-7}} = 10$$ $\boxed{\frac{R_1}{R_2} = 10}$