Recomandări metodice pentru predarea temei

a) *Activități desfășurate cu elevii, fără folosirea manualului*

Învățătorul execută pe tablă figura 49, apoi scrie

$$A = \{\ ,\ ,\ ,\ \};\quad B = \{\ ,\ ,\ ,\ \};\quad C = \{\ ,\ ,\ ,\ \}$$

elevii trebuind să completeze pe tablă (și în caiete) elementele din care este formată fiecare mulțime. Se obține:

$$A = \{p,\ s,\ d,\ f\};\quad B = \{s,\ t,\ f,\ e\};\quad C = \{d,\ f,\ e,\ m\}.$$

Se atrage atenția că mulțimea D este formată din toate literele care aparțin cel puțin la una din mulțimile A, B și C.

Învățătorul scrie $D = \{\ ,\ ,\ ,\ ,\ ,\ ,\ \}$
și elevii completează $D = \{p,\ s,\ d,\ f,\ t,\ e,\ m\}$.

Mulțimea D astfel formată este *reuniunea mulțimilor* A, B și C.

* Se notează $D = A \cup B \cup C = \{p,\ s,\ d,\ f,\ t,\ e,\ m\}$.

Elevii vor repeta de cîteva ori care sînt elementele fiecăreia din mulțimile A, B și C, și care sînt elementele mulțimii D, reuniunea mulțimilor A, B și C. Apoi, ei vor spune elementele reuniunii D, care figurează numai în una din mulțimile A, B și C (p este numai în A; t este numai în B; m este numai în C), cele care figurează în două din aceste mulțimi (s este în A și B; d este în A și C; e este în B și C), și cele care figurează în toate trei (f este și în A, și în B, și în C).

Se cere elevilor să găsească elementele reuniunii mulțimilor B, A și C, apoi C, B și A etc. Se constată că de fiecare dată reuniunea este tot mulțimea D.

Așadar, *reuniunea mai multor mulțimi este comutativă.*

* Se va scrie: $A \cup B \cup C = B \cup A \cup C = B \cup C \cup A = \ldots$

Muncă independentă

Se propune elevilor să așeze pe bănci ovalele din sîrmă, ca în figura 100. Într-un oval vor așeza apoi toate piesele roșii din plic, care nu sînt pătrate, în altul toate piesele albastre din plic, care nu sînt pătrate și în al treilea toate piesele verzi din plic, care nu sînt pătrate.

Se obține pe bănci aspectul din figura 101. După o sumară verificare și cîteva discuții, învățătorul va desena cu cretă pe tabla magnetică ovalele și va așeza piesele metalice ca în figura 101.

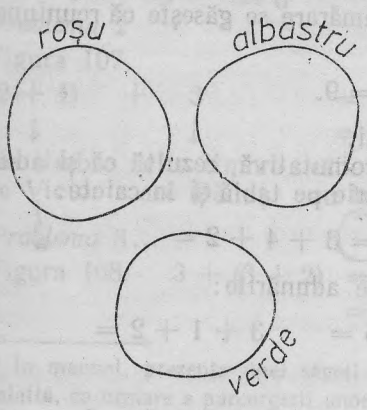


Fig 100

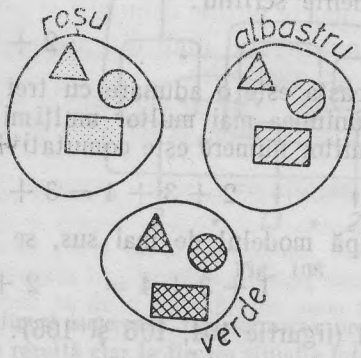


Fig. 101

Se cere apoi să se așeze pe bancă cadrul dreptunghiular din sîrmă astfel ca în interiorul lui să se afle toate piesele ce sînt în interiorul oricăruia din cele trei ovale.

Se obține aspectul din figura 102. Din nou se face o sumară verificare în bănci, apoi se trasează cu cretă dreptunghiul pe tabla magnetică ca în figura 102.

Mulțimea ce are ca elemente toate piesele situate în interiorul cadrului dreptunghiular este reuniunea celor trei mulțimi avînd ca elemente, respectiv, piesele din interiorul celor trei ovale din sîrmă.

Pentru a percepe mai bine reuniunea respectivă, vor fi înlăturate cele trei ovale, rămînînd pe bănci aspectul din figura 103. Se va observa că această mulțime este formată din toate piesele din plic, care nu sînt pătrate.

Învățătorul va șterge de pe tabla magnetică ovalele, rămînînd figura 103.

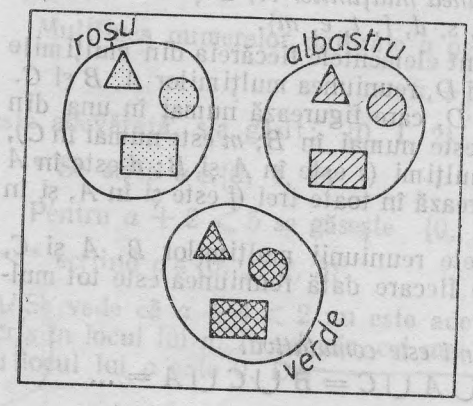


Fig. 102

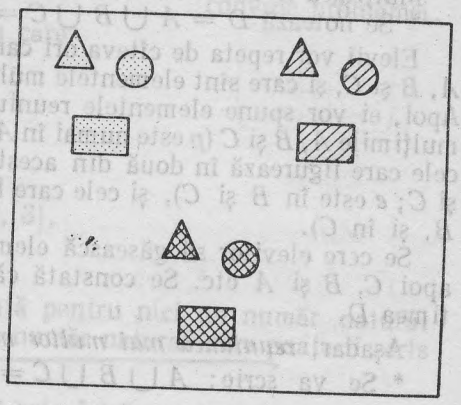


Fig. 103

b) *Activități desfășurate cu elevii, cu folosirea manualului*

Se strînge de pe bănci materialul didactic și se deschid cărțile la tema a 5-a; „Reuniunea mai multor mulțimi. Adunarea cu mai mulți termeni".

Elevii privesc prima figură. Conduși de întrebările învățătorului ei vor constata că în această figură se face reuniunea a trei mulțimi disjuncte, una avînd 2, una 3 și una 4 elemente. Prin numărare se găsește că reuniunea are 9 elemente scriind:

$$2 + 3 + 4 = 9.$$

Aceasta este o adunare cu trei termeni.

Reuniunea mai multor mulțimi fiind comutativă, rezultă că și adunarea mai multor numere este comutativă. Se scrie pe tablă și în caiete:

$$2 + 3 + 4 = 3 + 2 + 4 = 3 + 4 + 2 = \ldots$$

După modelul de mai sus, se vor face adunările:

$$1 + 3 + 4 = \qquad 2 + 1 + 5 = \qquad 3 + 1 + 2 =$$

găsind (figurile 104, 105 și 106):

$$1 + 3 + 4 = 8; \quad 2 + 1 + 5 = 8; \quad 3 + 1 + 2 = 6$$

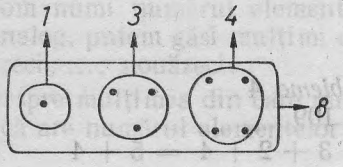


Fig. 104

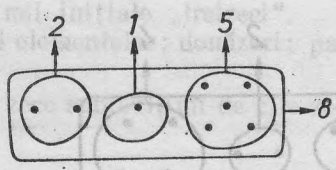


Fig. 105

Trecînd la a doua și a treia figură din manual[1], învățătorul le va executa pe tablă și va explica verbal asociativitatea reuniunii mulțimilor și a adunării numerelor naturale, scriind:

$$2 + 3 + 4 = (2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$$

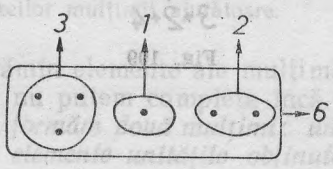


Fig. 106

conform textului din manual, pe care îl va citi, după ce termină explicațiile. El va cere cîtorva elevi să repete aceste explicații, folosind figurile de pe tablă, restul elevilor urmărind atît la tablă, cît și pe manuale.

Figurile respective vor fi apoi executate pe caiete.

Se va observa că într-un exercițiu în care avem paranteză, prima dată trebuie să efectuăm operația din paranteză.

Se fac în clasă: exercițiul 1, prima coloană; problemele 2 și 4.

Pentru acasă se propun ca temă celelalte coloane de la exercițiul 1 și problema 3.

Indicații pentru rezolvarea unora din exercițiile și problemele propuse la tema a 5-a

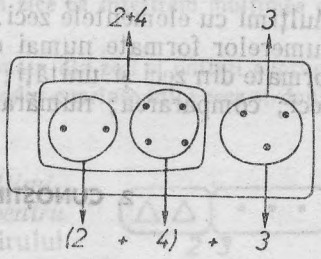


Fig. 107

Exercițiul 1

$$2 + (5 + 1) = 2 + 6$$
$$= 8$$

$$(2 + 5) + 1 = 7 + 1 \ldots$$
$$= 8$$

$$1 + 2 + 3 = 3 + 3$$
$$= 6$$

Problema 2

Figura 107.

$$(2 + 4) + 3 = 6 + 3$$
$$= 9$$

↓	↓	
cîte timbre are Victor	cîte timbre are Dănuț	cîte timbre au împreună

Problema 3

Figura 108. $3 + (3 + 2) = 3 + 5$
$= 8$

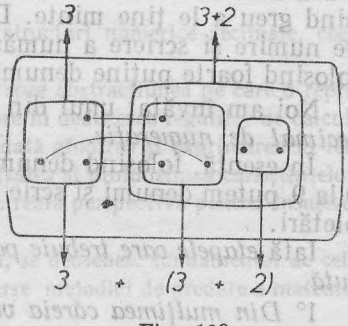


Fig. 108

[1] În manual, prezența unei săgeți → între figuri sugerează transformarea unei figuri în cealaltă, ca urmare a parcurgerii unor etape ce rezultă clar la fiecare situație întîlnită.

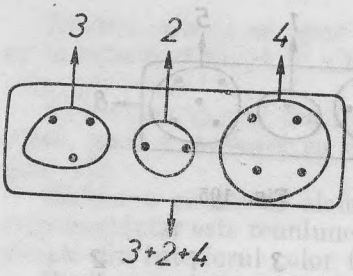


Fig. 109

Problema 4
Figura 109

$$3 + 2 + 4 = 5 + 4$$
$$= 9$$

Capitolul 3

NUMERELE NATURALE DE LA ZECE LA O SUTĂ

A. SCURTE OBSERVAȚII ASUPRA CONȚINUTULUI

1. OBIECTIVELE PREVĂZUTE DE PROGRAMA ȘCOLARĂ

Procedeul folosit pentru numirea și scrierea numerelor mai mari ca zece. Mulțimi cu elementele zeci. Mulțimi cu elementele zeci și unități. Cunoașterea numerelor formate numai din zeci, pînă la o sută. Ordonarea lor. Numerele formate din zeci și unități; particularitățile denumirii lor între zece și douăzeci; compararea; numărarea.

2. CUNOȘTINȚE ȘI DEPRINDERI CU CARE TREBUIE SĂ RĂMÎNĂ ELEVII

Cu ocazia numirii și scrierii numerelor de la 0 la 9 am folosit cîte un cuvînt și cîte un semn (cifră) special pentru numirea și scrierea fiecărui număr. Dacă am continua astfel, ar trebui folosite multe denumiri și semne, devenind greu a le ține minte. De aceea oamenii au căutat și au găsit procedee de numire și scriere a numărului elementelor mulțimilor care îi interesează, folosind foarte puține denumiri și semne.

Noi am învățat unul din procedeele larg folosite în prezent, numit *sistem zecimal de numerație*.

În esență, folosind denumirile numerelor de la zero la zece și cifrele de la 0 la 9 putem denumi și scrie foarte multe alte numere, făcînd doar cîteva completări.

Iată *etapele care trebuie parcurse pentru denumirea numerelor de la zece la o sută*.

1° *Din mulțimea căreia vrem să-i denumim numărul elementelor, separăm, atît cît este posibil, submulțimi disjuncte fiecare avînd cîte zece elemente* (folosind în acest scop numărarea pînă la zece).

Să presupunem că am obținut 3 submulțimi de cîte zece, epuizînd în acest fel toate elementele mulțimii.

Vom numi numărul elementelor mulțimii inițiale „treizeci".

Analog, putem găsi mulțimi cu numărul elementelor: douăzeci; patruzeci; cincizeci; ...; nouăzeci.

Despre mulțimea din care putem forma zece submulțimi de cîte zece, spunem că are numărul elementelor „o sută".

Mulțimea[1] avînd ca elemente submulțimile de cîte zece elemente ale mulțimii inițiale joacă doar un rol ajutător, în scopul introducerii unei convenții comode pentru denumirea numărului elementelor mulțimii inițiale, prin numărul zecilor mulțimii ajutătoare.

2° Dacă formînd submulțimile de cîte zece, rămîn elemente ale mulțimii inițiale, pe care le numim și „unități", cu care nu putem completa încă o zece, de exemplu obținem 2 zeci și încă 3 unități, *formăm două mulțimi: una avînd ca elemente „zecile" obținute; una avînd ca elemente unitățile obținute.* În exemplul nostru o mulțime din acestea are 2 zeci, cealaltă are 3 unități.

Vom numi numărul elementelor mulțimii inițiale „douăzeci și trei".

Analog, putem găsi mulțimi cu numărul elementelor: patruzeci și doi; șaizeci și nouă; optzeci și unu etc.

Mulțimea care are ca elemente „zecile" și cea care are ca elemente „unitățile" cu care nu s-a putut completa încă o zece joacă doar un rol ajutător, în scopul *introducerii unei convenții pentru denumirea numărului elementelor mulțimii inițiale, prin numărul zecilor și numărul unităților acestor mulțimi ajutătoare.* Formînd aceste mulțimi ajutătoare din mulțimea inițială, *pregătim* de fapt mulțimea inițială pentru a-i denumi și nota numărul elementelor, o organizăm într-o structură convenabilă acestui scop. Vom zice că înzestrăm mulțimea cu o *structură numerică zecimală.*

Este indicat să se repete întîi numirea numerelor formate din zeci și unități cuprinse între douăzeci și o sută și, numai după aceea, numirea numerelor cuprinse între zece și douăzeci, datorită particularităților în denumirea acestora.

Pentru scrierea numărului elementelor unei mulțimi, aceasta se organizează cu aceeași structură ca și pentru denumirea acestui număr. Trecerea la scrierea numărului se face parcurgînd etapele:

1° Construcția unei figuri numerice atașate mulțimii respective.

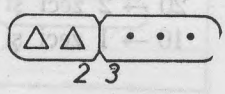


Fig. 110

Figurile numerice reprezintă mulțimi organizate cu structuri numerice zecimale, ceea ce permite a le stabili ușor numărul de elemente.

Aceste figuri numerice realizează o trecere mai „lină" spre abstracțiunea pe care o reprezintă numărul. Ele vor juca în continuare un rol foarte mare în deducerea regulilor de calcul, adîncind caracterul intuitiv al învățării și favorizînd totodată gîndirea și exprimarea în termenii specifici mulțimilor, ceea ce mărește apreciabil claritatea și profunzimea cunoștințelor, asigură o mai mare generalitate, o dezvoltare unitară, de o reală perspectivă pentru însușirea cunoștințelor matematice în viitor.

Aceste figuri numerice și modul în care le vom utiliza, se deosebesc fundamental de cele cîteva tipuri de figuri numerice întîlnite pînă acum în diverse metodici de predare a matematicii la clasele mici.

---

[1] Conținutul aliniatelor care sînt scrise cu litere mici reprezintă indicații pentru învățător.

Vezi programele Basic în 1987

Figura numerică sugerează numărul de elemente al mulțimii, prin cele două mulțimi ajutătoare: a zecilor, fiecare zece fiind reprezentată printr-un triunghi albastru (în interiorul căruia, la nevoie, pot fi figurate cele zece unități prin puncte); *a unităților, fiecare element al mulțimii inițiale din cele cu care nu s-a putut completa o zece, fiind reprezentat printr-un punct.*

Atunci cînd se va simți nevoia, lungimile celor două părți ale figurii numerice se vor alege astfel încît în interior să fie rezervate locuri pentru zece triunghiuri, respectiv zece puncte (fără ca toate aceste locuri să fie efectiv completate).

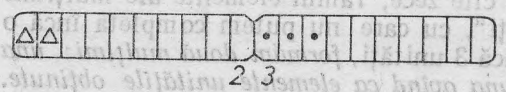


Fig. 111

În figura numerică cifra scrisă sub mulțimea zecilor reprezintă numărul de zeci (triunghiuri), *iar aceea scrisă sub mulțimea unităților reprezintă numărul de unități* (puncte).

Din această așezare a cifrelor, cu semnificațiile respective, se degajă firesc ideea scrierii poziționale zecimale. Formînd submulțimi de cîte 7 sau 5 elemente, în loc de zece, s-ar obține o scriere pozițională în baza 7 sau 5 etc., pentru care figurile numerice rămîn valabile, doar că triunghiul albastru ar însemna mulțime de 7 respectiv de 5 elemente, și nu de zece.

2° Păstrînd semnificația avută de fiecare cifră în figura numerică, putem renunța la figura numerică. În acest mod, din două cifre scrise alături:

2 3

cea din stînga va reprezenta zeci, cea din dreapta, unități.

De exemplu:

74 → 7 zeci și 4 unități → șaptezeci și patru
20 → 2 zeci și 0 unități → douăzeci
10 → 1 zeci și 0 unități → zece

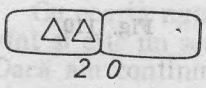


Fig. 112

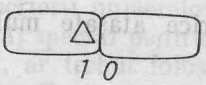


Fig. 113

Se vede că este firesc să se învețe întîi scrierea numerelor formate din zeci și unități, și numai după aceea numere formate doar din zeci. Totodată, se vede că scrierea lui zece se face după procedeul de scriere a numerelor mai mari ca zece.

Principiul comparării a două numere naturale mai mari ca 10 rămîne același ca și pentru numerele mai mici ca 10. Se iau două mulțimi model (de exemplu, mulțimi de puncte), una avînd atîtea elemente cît este primul număr și una cu atîtea elemente cît este al doilea număr. Se încearcă realizarea unei corespondențe element cu element între cele două mulțimi model. Mulțimea în care rămîn elemente fără corespondent în cealaltă, are numărul elementelor mai mare.

Aplicarea acestei reguli de comparare a numerelor este greoaie, mai ales dacă numerele sînt mari. Se stabilesc ușor cu ajutorul ei procedee practice foarte comode pentru a compara două numere cuprinse între zece și o sută (vezi tema „Compararea numerelor pînă la o sută", în manual):

Dintre două numere formate numai din zeci, mai mare este acela la care cifra zecilor arată un număr mai mare; dintre două numere cu aceeași cifră a zecilor, mai mare este acela la care cifra unităților arată un număr mai mare; dintre două numere cu cifrele zecilor diferite, mai mare este acela la care cifra zecilor arată un număr mai mare.

Evident, orice număr mai mic decît 10 este mai mic decît orice număr mai mare decît 10.

B. INDICAȚII METODICE PENTRU PREDAREA TEMELOR DIN CAPITOLUL 3

(Număr de ore, orientativ = 2)

TEMA 1 : NUMIREA ȘI SCRIEREA NUMERELOR

Scop: Cunoașterea modului în care trebuie „pregătită", „organizată" o mulțime pentru numirea și scrierea numărului elementelor sale. Convențiile de numire și scrierea a numerelor formate din: un număr întreg de zeci; un anumit număr de zeci și încă cîteva unități cu care nu se mai poate completa o zece. Familiarizarea cu figurile numerice.

Material didactic

Pentru învățător: Asemănător cu al elevilor (este descris mai jos).

Pentru elevi: Pungă de celofan conținînd circa 50 de bețe de chibrituri sau scobitori; papiotă cu ață; foarfece; carton alb, dreptunghiular, 40×25 cm, pe care sînt desenate linii închise, așa cum se vede în figura 114.

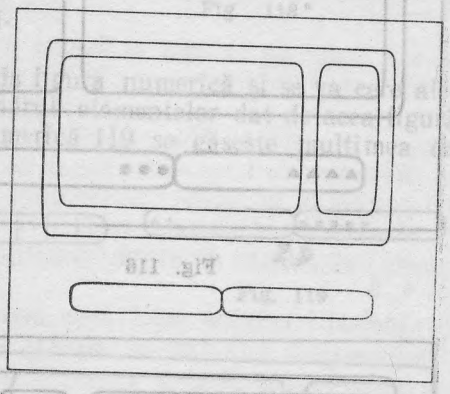


Fig. 114

Recomandări metodice pentru predarea temei

a) Activități desfășurate cu elevii, fără folosirea manualului

Muncă independentă

Se propune elevilor să separe din mulțimea bețișoarelor din pungă, atît cît este posibil, submulțimi disjuncte două cîte două, fiecare avînd cîte zece elemente. Aceste submulțimi vor alcătui mănunchiuri de bețișoare legate cu sfoară și așezate pe cartonul alb dreptunghiular, în interiorul liniei închise „mai mari". Bețișoarele rămase fără a putea completa cu ele un mănunchi de zece, vor fi așezate pe carton, în interiorul liniei închise „mai mici", alăturate.

Pe carton apare aspectul din figura 115. S-au obținut astfel cele două mulțimi ajutătoare care folosesc la numirea și scrierea numărului elementelor mulțimii bețișoarelor din pungă: mulțimea zecilor și mulțimea unităților.

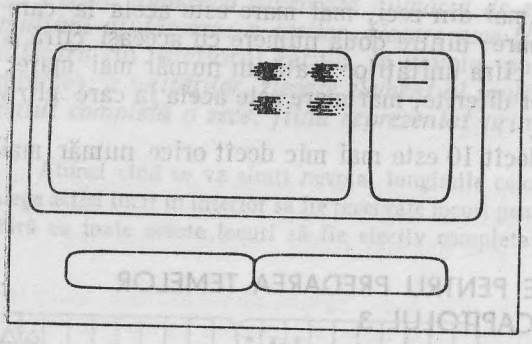


Fig. 115

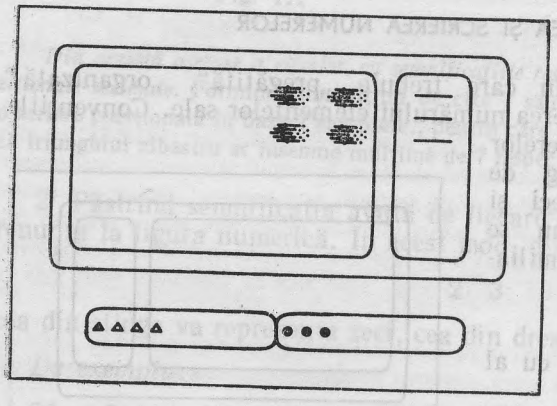


Fig. 116

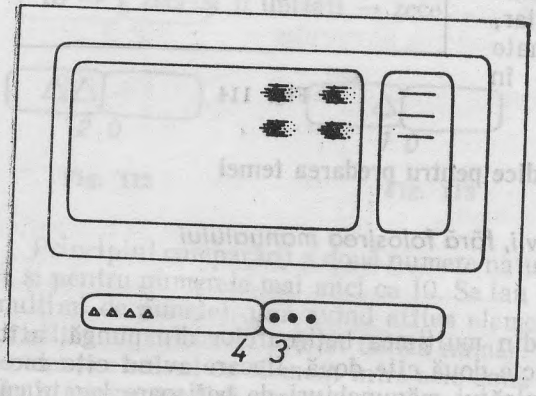


Fig. 117

Învățătorul execută la catedră același lucru ca și elevii în bănci. El va folosi carton sau placaj pe care sînt fixate perechi de cuișoare ca suport pentru bețișoare și mănunchiurile de bețișoare, (bețișoarele vor fi mai mari ca ale elevilor), astfel încît să poată sta aproape vertical, spre a fi văzut de toți elevii.

Se va pune să se deseneze cîte un triunghi albastru pentru fiecare mulțime de zece bețișoare, și cîte un punct negru pentru fiecare bețișor din mulțimea celor cu care nu s-a putut forma o zece, în figura de pe carton aflată sub bețișoare, așa cum se vede în figura 116.

Figura aflată sub mulțimea bețișoarelor de pe carton, astfel completată, va fi numită *figură numerică* care arată numărul elementelor din mulțimea bețișoarelor aflate pe carton.

Acest număr va fi numit „patruzeci și trei".

Învățătorul va controla, modul cum au lucrat elevii, cerîndu-le unora din ei să spună cîte bețișoare au pe carton.

În sfîrșit, el va scrie pe planșa sa numărul elementelor, așa cum se vede în figura 117, iar elevii vor completa cu creionul pe planșa lor numărul elementelor mulțimii bețișoarelor aflate pe cartonul din fața fiecăruia.

În continuare, elevii vor ridica mulțimea bețișoarelor care nu formează o zece, apoi vor denumi și scrie (radiind numărul anterior) numărul elementelor mulțimii bețișoarelor aflate de această dată pe cartonul din fața lor.

Învățătorul face același lucru la catedră, obținînd figura 118.

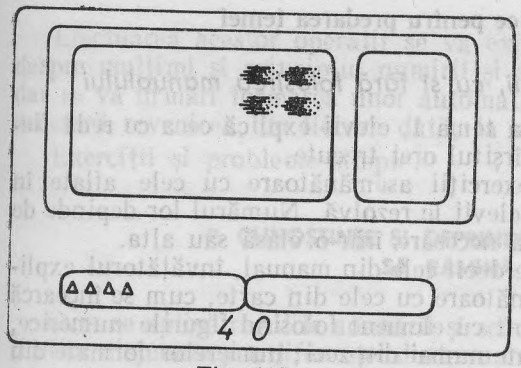


Fig. 118

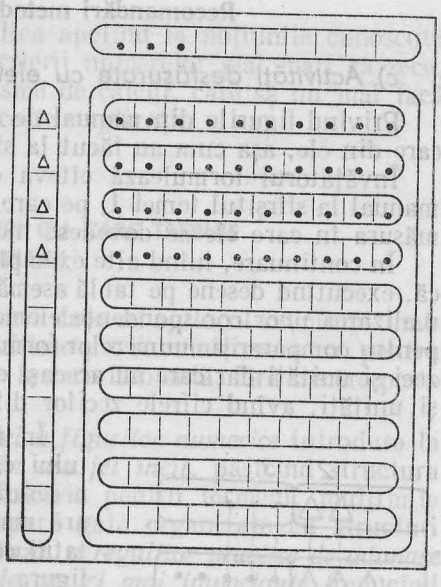


Fig. 118*

Dacă situaţia din clasă o cere[1], se vor repeta exerciţii ca cele anterioare (punînd elevii să introducă în punga de celofan o parte din obiecte), pînă cînd toţi elevii îşi vor reaminti principiul numirii, scrierii şi citirii numerelor naturale, şi se vor familiariza cu construirea şi interpretarea figurilor numerice introduse (figurile 118* şi 118**).

Se vor face şi exerciţii în care se va da figura numerică şi se va cere alegerea mulţimii beţişoarelor care au numărul elementelor dat de acea figură numerică. De exemplu, pentru figura numerică 119 se găseşte mulţimea de beţişoare din figura 120.

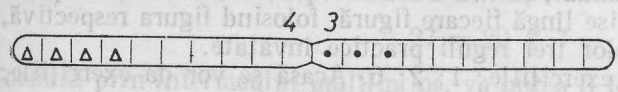


Fig. 118**



Fig. 119

b) *Activităţi desfăşurate cu elevii, cu folosirea manualului*

Se strînge materialul didactic de pe bănci şi se deschid cărţile la tema 1: „Numirea şi scrierea numerelor".

Sub îndrumarea învăţătorului, elevii vor explica ceea ce redau fiecare din figurile din manual aflate la această temă, rezolvînd cele trei exerciţii propuse la sfîrşit.

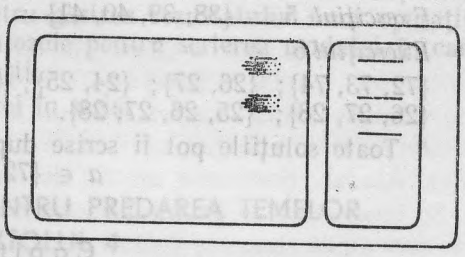


Fig. 120

TEMA A 2-A: COMPARAREA NUMERELOR PÎNĂ LA O SUTĂ

Scop: Deducerea unor reguli practice de comparare a numerelor naturale mai mari ca 10, care să nu mai facă necesară aplicarea principiului general de comparare a numerelor naturale (cu ajutorul corespondenţei unu la unu).

Material didactic

Figurile din manualul şcolar, aflate la tema respectivă.

[1] Poate fi folosit, din trusa învăţătorului pentru predarea numerelor naturale, panoul cu aspectul din figura 186** (pagina 106).

c) *Activități desfășurate cu elevii, cu și fără folosirea manualului*

Privind figurile din manual de la tema 1, elevii explică ceea ce redă fiecare din ele, așa cum au făcut la sfîrșitul orei trecute.

Învățătorul formulează cîteva exerciții asemănătoare cu cele aflate în manual la sfîrșitul temei 1, pe care elevii le rezolvă. Numărul lor depinde de măsura în care ele se dovedesc încă necesare într-o clasă sau alta.

În continuare, luînd alte exemple decît cele din manual, învățătorul explică, executînd desene pe tablă asemănătoare cu cele din carte, cum se încearcă realizarea unor corespondențe element cu element folosind figurile numerice, pentru compararea: numerelor formate numai din zeci; numerelor formate din zeci și unități dar care au aceeași cifră a zecilor; numerelor formate din zeci și unități, avînd cifrele zecilor diferite.

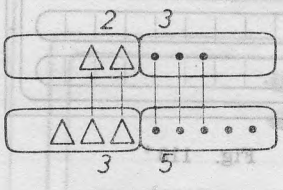


Fig. 121

În ultimul caz se atrage atenția asupra faptului că, transformarea unei zeci în unități este necesară numai dacă numărul cu mai multe zeci are mai puține unități ca celălalt. Altfel rezultatul comparării este evident, cum se observă în figura 121.

Elevii vor repeta de cîteva ori regulile practice deduse (existente în manual), trebuind să le aplice pentru a spune care este mai mare dintre perechile de numere:

50 și 30; 43 și 41; 60 și 65; 32 și 36 etc.

Revenind la tema din manual, se va cere să se explice rezultatele comparării perechilor de numere scrise lîngă fiecare figură, folosind figura respectivă, și să justifice deducerea celor trei reguli practice învățate.

Se vor rezolva în clasă exercițiile: 1; 2; 6. Acasă se vor da exercițiile: 3; 4; 5.

Indicații privind rezolvarea unora din exercițiile propuse la tema a 2-a

Exercițiul 5 {38, 39, 40, 41}

Exercițiul 6

{72, 73, 74}; {26, 27}; {24, 25}; {32, 33, 34}; {17, 18, 19}; {25, 26, 27}; {26, 27, 28}; {25, 26, 27, 28}.

* Toate soluțiile pot fi scrise după modelul:

$a \in \{72, 73, 74\}$.

Capitolul 4

ADUNAREA ȘI SCĂDEREA NUMERELOR PÎNĂ LA O SUTĂ FĂRĂ TRECERE PESTE ORDIN

A. SCURTE OBSERVAȚII ASUPRA CONȚINUTULUI

1. OBIECTIVELE PREVĂZUTE DE PROGRAMA ȘCOLARĂ

Adunarea și scăderea numerelor pînă la o sută, fără trecere peste ordin.

Descompunerea numerelor în sumă de doi termeni, unul format numai din zeci: $16 = 10 + 6$; $39 = 30 + 9$ etc.

Efectuarea acestor operații se va explica apelînd la noțiunile cunoscute despre mulțimi și principiul numirii și scrierii numerelor mai mari ca zece, dar se va urmări formarea unor automatisme de calcul, care să nu mai facă necesară revenirea, de fiecare dată, la aceste explicații.

Exerciții și probleme simple.

2. CUNOȘTINȚE ȘI DEPRINDERI CU CARE TREBUIE SĂ RĂMÎNĂ ELEVII

Cum se aplică regulile adunării și scăderii date cu ajutorul reuniunii mulțimilor disjuncte și a diferenței dintre o mulțime și o submulțime a sa, pentru adunarea și scăderea numerelor naturale de la zero la o sută, fără trecere peste ordin.

Folosirea în acest scop *ca mulțimi model a figurilor numerice* introduse la numirea și scrierea numerelor naturale, *în așa fel încît*, păstrînd structura numerică zecimală a mulțimilor model folosite pentru termeni, mulțimile model pentru rezultatele operațiilor să apară gata organizate cu structuri numerice zecimale. *Deducerea, pe această bază, a regulilor practice de adunare și scădere a numerelor zecimale în diversele cazuri mai importante* (reducînd numărul lor la strictul necesar), cunoscînd și tehnica de calcul în scris.

Generalizînd aspectele comune, se va ajunge la regula: se adună sau se scad unitățile între ele și zecile între ele (cu scrierea numerelor unele sub altele în cazul calculului în scris).

Descompunerea numerelor într-o sumă de doi termeni, unul format numai din zeci și unul format numai din unități:

$$27 = 20 + 7$$

dedusă prin intermediul mulțimilor, va putea fi folosită la efectuarea calculelor cu numere naturale.

Elevii vor utiliza comutativitatea și asociativitatea reuniunii mulțimilor și a adunării numerelor naturale, pentru găsirea rezultatului unor operații. Ei vor fi obișnuiți să folosească parantezele pentru scrierea modului în care trebuie gîndit la efectuarea unor operații.

Calculul oral se va face paralel cu cel în scris.

B. INDICAȚII METODICE PENTRU PREDAREA TEMELOR DIN CAPITOLUL 4

(Număr de ore, orientativ = 12)

TEMA 1: ADUNAREA NUMERELOR FORMATE NUMAI DIN ZECI

Scop: Efectuarea adunării acestor numere folosind definiția adunării prin intermediul reuniunii mulțimilor disjuncte; justificarea analogiei cu adunarea numerelor pînă la zece, prin folosirea mulțimilor cu elementele zeci, introduse cu ocazia organizării unei mulțimi cu o structură convenabilă pentru denumirea numărului elementelor sale; utilizarea ca mulțimi model a figurilor numerice în așa fel, încît, păstrînd structura mulțimilor model folosite

pentru termeni, reuniunea lor să apară gata organizată cu o structură convenabilă denumirii numărului elementelor sale; deducerea de aici a regulii practice de adunare.

Material didactic

Pentru învățător: Trusa învățătorului pentru predarea adunării și scăderii numerelor naturale. Planșă cu figura 127.

Recomandări metodice pentru predarea temei

a) *Activități desfășurate cu elevii, fără folosirea manualului*

Se fac cîteva adunări cu numere pînă la zece:

$1 + 4 =$, $2 + 6 =$, $4 + 3 =$, $8 + 1 =$, $5 + 4 =$,
$2 + 3 =$.

Elevii vor spune mai întîi sumele respective, apoi vor aplica definiția cu mulțimi a adunării, pentru a efectua ultima din aceste adunări. Se va executa pe tablă și în caiete figura 122, suma fiind găsită prin numărare.

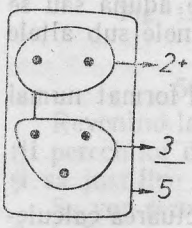


Fig. 122

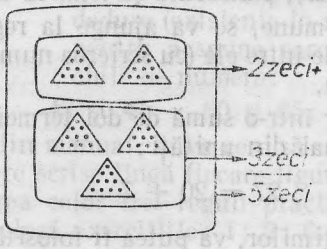


Fig. 123

Se va propune apoi adunarea

$20 + 30 =$

pe care elevii, conduși de învățător, o vor gîndi:

2 zeci + 3 zeci = 5 zeci

găsind:

$20 + 30 = 50$.

Învățătorul execută pe tablă figura 123, pentru a face mai sugestiv raționamentul. El se va strădui să se exprime cît mai corect și complet, în limbajul mulțimilor: luăm o mulțime cu 20 de elemente și o mulțime cu 30 de elemente, disjunctă de prima. Facem reuniunea acestor mulțimi. Obținem o mulțime în care există 5 submulțimi de cîte zece (numărul zecilor se află prin numărare). Așadar, reuniunea are 50 de elemente.

Se observă că se lucrează cu mulțimile ce au ca elemente zeci, la fel cu cele care au ca elemente unități simple (fig. 124). Aceasta permite să calculăm prin analogie:

$1 + 4 = 5$, $2 + 6 = 8$, $4 + 3 = 7$, $8 + 1 = 9$,
$10 + 40 = 50$, $20 + 60 = 80$, $40 + 30 = 70$, $80 + 10 = 90$ etc.

calcule ce vor fi făcute de elevi oral și în scris.

Învățătorul prezintă din trusă panoul cu figura 125 și anunță că el poate fi folosit pentru adunarea numerelor naturale pînă la o sută.

Se explică deocamdată adunarea numerelor formate numai din zeci.

De exemplu, pentru a găsi suma $20 + 30$, se așază în prima figură numerică 2 triunghiuri albastre, în a doua 3 triunghiuri de acest fel, încît ele să

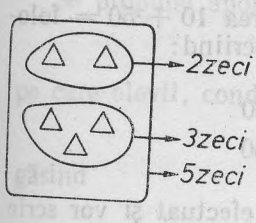


Fig. 124

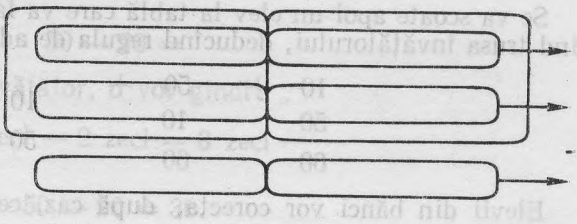


Fig. 125

devină mulțimi model, respectiv cu 20 și 30 de elemente (fig. 126). Suma va fi tocmai numărul elementelor reuniunii celor două mulțimi model formate pentru termeni. *Acest număr îl găsim fie numărînd „zecile" (triunghiurile) existente în figura numerică ce reprezintă reuniunea mulțimilor termeni (fig.*126), *fie deplasînd piesele ce reprezintă mulțimile de cîte zece elemente aflate în cele două mulțimi model pentru termeni, în partea de jos a panoului, obținînd astfel figura numerică a reuniunii, fără a mai fi puse în evidență mulțimile model ale termenilor (fig.* 127).

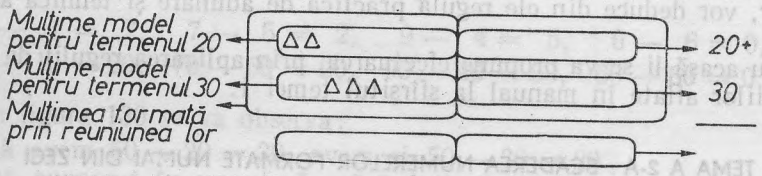


Fig. 126

În ambele cazuri se reunesc, în fond, mulțimile ce au ca elemente zeci și se obține o mulțime ce are de asemenea ca elemente zeci. Lucrul este însă mai evident pe figura 127. De aici regula: se adună numerele reprezentînd zecile termenilor.

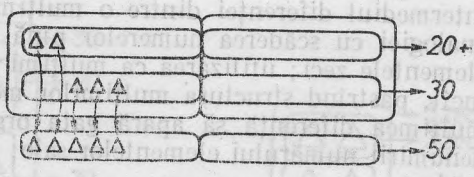


Fig. 127

Figura 127 sugerează scrierea numerelor unele sub altele și adunarea „unități cu unități și zeci cu zeci":

$$\begin{array}{r} 20 + \\ 30 \\ \hline 50 \end{array} \qquad \text{se observă totodată} \qquad \begin{array}{r} 30 + \\ 20 \\ \hline 50 \end{array}$$

Muncă independentă

Se cere elevilor să efectueze adunările:

$$10 + 50 = \qquad 20 + 30 =$$

folosind figuri ca 123 și 124 (care se află încă executate pe tablă).

Desigur, scopul urmărit nu este aflarea sumei, lucru deja cunoscut de elevi, ci deprinderea modului de gîndire și exprimare în limbajul mulțimilor a etapelor ce trebuie parcurse pentru aflarea sumei.

Se va scoate apoi un elev la tablă care va face adunarea $10 + 50 =$ folosind trusa învățătorului, deducînd regula de adunare și scriind:

$$\begin{array}{r} 10 \\ 50 \\ \hline 60 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 50 \\ 10 \\ \hline 60 \end{array} \quad + \qquad \begin{array}{l} 10 + 50 = 60 \\ 50 + 10 = 60 \end{array}$$

Elevii din bănci vor corecta, după caz, ceea ce au efectuat și vor scrie același lucru în caiete.

În continuare, cîțiva elevi vor fi scoși, pe rînd, să efectueze la tablă, iar restul elevilor în caiete, adunări ca:

$10 + 20 =$; $30 + 30 =$; $30 + 40 =$; $20 + 40 =$.

de fiecare dată efectuînd întîi oral, apoi în scris cu așezarea numerelor unele sub altele, sumele fiind găsite prin aplicarea regulii stabilite anterior.

b) *Activități desfășurate cu elevii, cu folosirea manualului*

Se cere elevilor să explice ceea ce redau figurile din manual existente la tema 1: „Adunarea numerelor formate numai din zeci". Elevii, ajutați de învățător, vor deduce din ele regula practică de adunare și tehnica adunării în scris.

Pentru acasă li se va propune efectuarea, prin aplicarea regulii de calcul, a exercițiilor aflate în manual la sfîrșitul temei 1.

TEMA A 2-A: SCĂDEREA NUMERELOR FORMATE NUMAI DIN ZECI

Scop: Efectuarea scăderii acestor numere folosind definiția scăderii prin intermediul diferenței dintre o mulțime și o submulțime a sa; justificarea analogiei cu scăderea numerelor pînă la zece, prin folosirea mulțimilor cu elementele zeci; utilizarea ca mulțimi model a figurilor numerice în așa fel încît, păstrînd structura mulțimilor model folosite pentru termenii scăderii, mulțimea diferență să apară gata organizată într-o structură convenabilă denumirii numărului elementelor sale; deducerea de aici a regulii practice de scădere.

Material didactic

Pentru învățător: Trusa învățătorului pentru predarea operațiilor cu numere naturale. Planșa cu figura 133.

Recomandări metodice pentru predarea temei

a) *Activități desfășurate cu elevii, fără folosirea manualului*

Se fac cîteva scăderi cu numere pînă la zece:

$3 - 1 =$; $7 - 5 =$; $9 - 4 =$; $6 - 6 =$; $5 - 2 =$.

Elevii vor spune mai întîi diferențele respective, apoi vor aplica definiția cu mulțimi a scăderii numerelor naturale, pentru a efectua ultima din aceste scăderi. Se va executa pe tablă și în caiete, pe etape corespunzînd regulii de scădere, figura 128. Se va observa că diferența 3 se află numărînd elementele mulțimii diferență. Se va observa de pe aceeași figură că avem:

$$5 - 3 = 2.$$

Se propune apoi scăderea:

$$50 - 20 =$$

pe care elevii, conduși de învățător, o vor gîndi:

$$5 \text{ zeci} - 2 \text{ zeci} = 3 \text{ zeci}$$

găsind

$$50 - 20 = 30.$$

Pentru a fi mai sugestiv raționamentul, învățătorul face pe tablă figura 129, de asemenea pe etape distincte, conform regulii de scădere: luăm o mulțime cu 50 de elemente; separăm în ea o submulțime cu 20 de elemente; formăm diferența dintre mulțimea inițială și submulțimea pe care am ales-o în ea; numărăm elementele mulțimii diferență și găsim rezultatul scăderii.

Se atrage atenția că, de fapt *nu este nevoie a număra decît submulțimile de cîte zece elemente, întrucît mulțimea diferență este gata organizată cu o structură care permite numirea numărului elementelor sale.* În fond, cu mulțimile de cîte zece se lucrează la fel cum s-a procedat în figura 128 cu unitățile simple, ceea ce devine clar pe figura simplificată 130 (care se face la tablă).

Aceasta permite calculul prin analogie:

$3 - 1 = 2$, $7 - 5 = 2$, $9 - 4 = 5$, $6 - 6 = 0$,
$30 - 10 = 20$, $70 - 50 = 20$, $90 - 40 = 50$, $60 - 60 = 0$ etc.

Din figura 130 se va observa:

dacă avem $50 - 20 = 30$, avem și $50 - 30 = 20$
rezultat cunoscut în sensul că, scăzînd din descăzut pe diferență obținem pe scăzător.

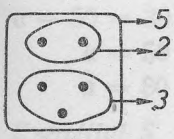


Fig. 128

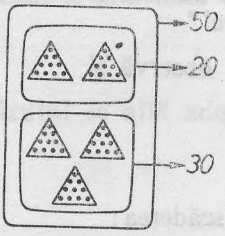


Fig. 129

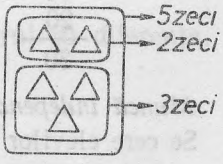


Fig. 130

Învățătorul prezintă din trusă panoul cu figura 131 și anunță că poate fi folosit pentru scăderea numerelor naturale pînă la o sută.

Deocamdată se explică folosirea sa pentru scăderea numerelor formate numai din zeci, de exemplu

$$50 - 20 =$$

Se așază în prima figură de pe panou 5 triunghiuri albastre, obținînd o figură numerică reprezentînd mulțimea model pentru descăzutul 50 (fig. 132).

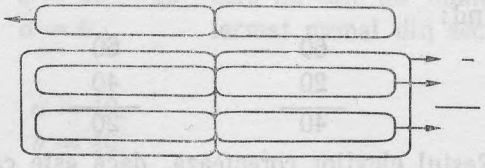


Fig. 131

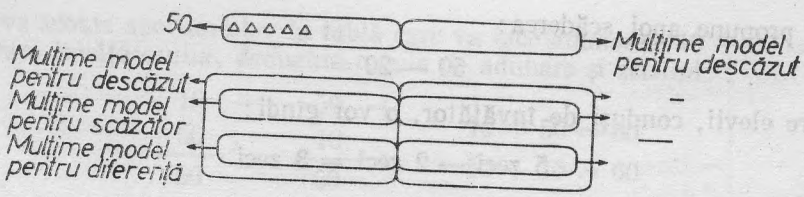


Fig. 132

Trebuie să separăm elementele mulțimii model pentru descăzut în două submulțimi disjuncte, astfel ca una din ele să aibă 20 de elemente. În acest scop vom folosi figura aflată sub mulțimea model a descăzutului. *Vom deplasa 2 triunghiuri albastre din mulțimea model pentru descăzut, în figura numerică ce va reprezenta mulțimea model pentru scăzător. Celelalte triunghiuri albastre rămase din mulțimea model a descăzutului le deplasăm în figura numerică ce va reprezenta mulțimea model pentru numărul diferență. S-a realizat separarea în submulțimi pe care am dorit-o, sugerată în figura 133*

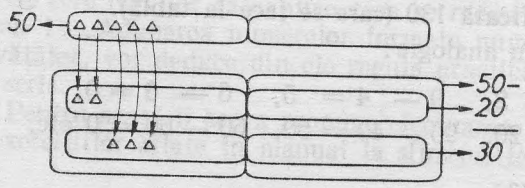


Fig. 133

Rezultatul 30 al scăderii se află numărînd zecile din figura numerică reprezentînd mulțimea diferență.

Se atrage atenția elevilor că, de fapt, noi am aflat diferența a două mulțimi ce au ca elemente zeci, mulțimea diferență avînd de asemenea elementele zeci. De aici regula: se scad zecile scăzătorului din zecile descăzutului.

Figura 133 sugerează scrierea numerelor unele sub altele și scăderea „unități din unități și zeci din zeci"

$$\begin{array}{r} 50 \\ -\ 20 \\ \hline 30 \end{array}$$

se observă și

$$\begin{array}{r} 50 \\ -\ 30 \\ \hline 20 \end{array}$$

Muncă independentă

Se cere elevilor să efectueze scăderea:

$$60 - 20 =$$

folosind figuri ca 129 și 130 (care se află încă executate pe tablă) după modelul folosit de învățător pentru scăderea $50 - 20 =$.

Prin discuții purtate concomitent cu îndrumarea lucrului elevilor în bănci, învățătorul îi ajută să exprime corect în limbajul mulțimilor, ceea ce fac. După ce elevii din clasă termină lucrul, se scoate un elev la tablă care face aceeași scădere folosind trusa învățătorului, deducînd regula de scădere și scriind:

$$\begin{array}{r} 60 \\ -\ 20 \\ \hline 40 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 60 \\ -\ 40 \\ \hline 20 \end{array} \qquad 60 - 20 = 40 \qquad 60 - 40 = 20$$

Restul elevilor corectează, dacă este cazul, ceea ce au efectuat și scriu același lucru pe caiete.

În continuare se fac, aplicînd direct regula, scăderi ca:

$80 - 50 =$ $60 - 10 =$ $70 - 70 =$ $90 - 50 =$

calculînd întîi oral, apoi în scris, cu aşezarea numerelor unele sub altele.

b) *Activităţi desfăşurate cu elevii, cu folosirea manualului*

Elevii vor explica ceea ce redau figurile din manual existente la tema a 2-a „Scăderea numerelor formate numai din zeci".

Învăţătorul îi va ajuta să se exprime corect în limbajul mulţimilor şi să deducă regula practică de calcul oral şi în scris.

Se vor efectua în clasă exerciţiile: 2; 5.

Acasă se vor da exerciţiile: 1; 3; 4.

Indicaţii privind rezolvarea unora din exerciţiile propuse la tema a II-a

Exerciţiul 3

20 + probe	70 —	70 —	50 +	; 70 — probe	50 +	70 —
50	50	20	20	20	20	50
70	20	50	70	50	70	20

Exerciţiul 4

$a + 20 = 50$ $30 + a = 50$ Un termen al adunării se află
$a = 50 - 20$ $a = 50 - 30$ scăzînd din sumă celălalt
$a = 30$ $a = 20$ termen.

$80 - a = 30$ Scăzătorul se află dacă scădem din descăzut diferenţa.
$a = 80 - 30$
$a = 50$

$a - 50 = 30$ Descăzutul se află adunînd scăzătorul cu diferenţa.
$a = 50 + 30$
$a = 80$

Exerciţiul 5

$a + b = 50$ Un termen al adunării se află scăzînd din sumă
$a = 50 - b$ celălalt termen.

Acuma, vom înlocui pe b cu numere formate numai din zeci;

$b = 10$, $a = 50 - 10$; $a = 40$ $b = 20$, $a = 50 - 20$; $a = 30$ $b = 30$, $a = 50 - 30$; $a = 20$

$b = 40$, $a = 50 - 40$; $a = 10$ $b = 50$, $a = 50 - 50$ $a = 0$ care nu este un număr format numai din zeci.

Aşadar, am găsit

$a = 40.$ $a = 30,$ $a = 20.$ $a = 10,$
$b = 10.$ $b = 20,$ $b = 30,$ $b = 40.$

* Mulţimea perechilor de numere a şi b se poate scrie:
$(a, b) \in \{(40, 10), (30, 20), (20, 30), (10, 40)\}$.

Acestea se vor preda după o tehnologie didactică asemănătoare cu cea folosită la temele 1 şi 2, adaptată cerinţelor ce decurg din următoarele observaţii:

La cazurile de adunare prezentate

Alegînd mulţimile model pentru a face adunarea în conformitate cu definiţia acesteia cu mulţimi, se constată că *dacă mulţimile model alese pentru termeni sînt organizate în structuri convenabile numirii numerelor de elemente pe care le au, atunci reuniunea celor două mulţimi model este şi ea gata organizată cu o astfel de structură.* Se formează cu uşurinţă figura numerică reprezentînd mulţimea model pentru suma celor două numere. Ca exemplu, pentru 32 + 46 = avem figura 134 (care va fi prezentată sub formă de planşă, ca material didactic, împreună cu figura 136).

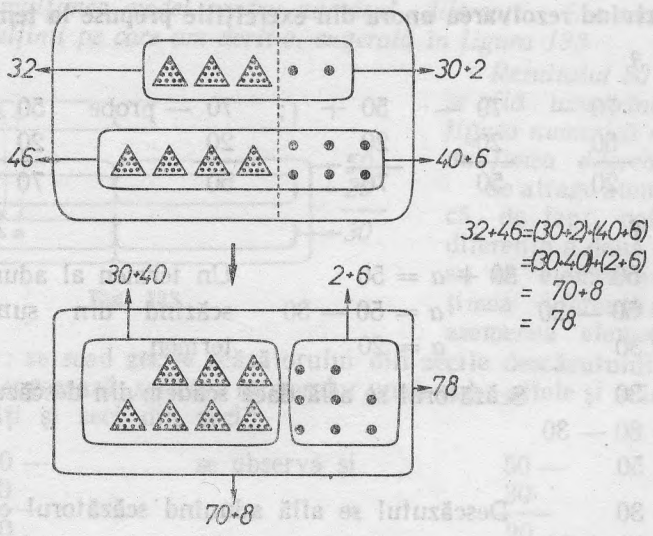


Fig. 134

Dacă se folosesc ca mulţimi model figurile numerice corespunzătoare termenilor (fig. 135), *atunci apare clar că figura numerică corespunzătoare sumei se obţine reunind mulţimile cu elementele zeci, între ele, şi mulţimile cu elementele unităţi, între ele.* De aici regula practică de adunare: se adună unităţi cu unităţi şi zeci cu zeci.

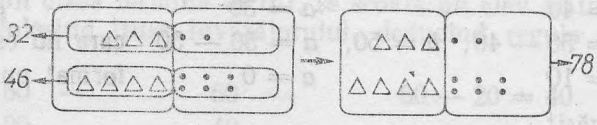


Fig. 135

Din modul cum s-a făcut reuniunea, folosind figurile numerice, rezultă şi regula de calcul în scris, cu scrierea numerelor unele sub altele. Pentru

exemplul 32 + 46 = lucrul pe panoul trusei este sugerat în figura 136, în locul punctelor din figură pe panou folosind discuri negre.

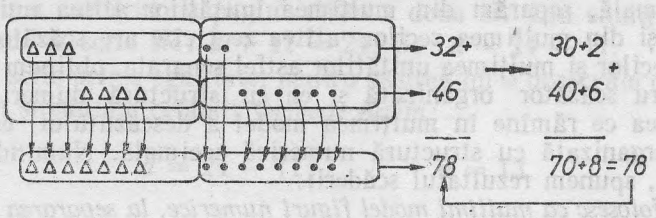


Fig. 136

În partea din lecții în care învățătorul lucrează în clasă cu elevii fără folosirea manualului, utilizînd trusele menționate la temele 1 și 2, pe panou se va obține: în locul figurii a 3-a, din manual, la tema a 3-a, aspectul din figura 137; la tema a 4-a se va obține aspectul din figura 138 etc. (identice cu cele din manual).

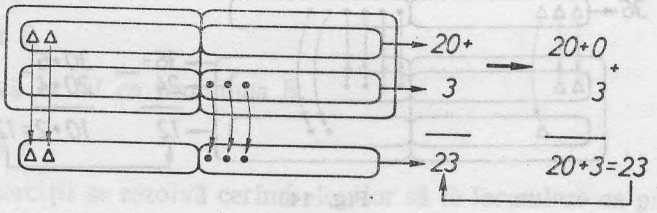


Fig. 137

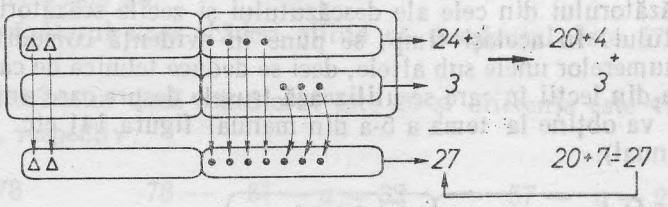


Fig. 138

La cazurile de scădere prezentate

Alegînd mulțimile model pentru a face scăderea în conformitate cu definiția acesteia cu mulțimi, *dacă mulțimea model folosită pentru descăzut este organizată cu structură convenabilă numirii numărului sau de elemente, atunci avem posibilitatea alegerii submulțimii corespunzătoare scăzătorului astfel încît și ea să fie gata organizată cu o asemenea structură, și mulțimea diferență care rezultă are, de asemenea, o structură convenabilă numirii numărului elementelor sale.* De exemplu, pentru 36 — 24 = avem figura 139 (care se va executa la tablă, apoi se va prezenta planșa respectivă).

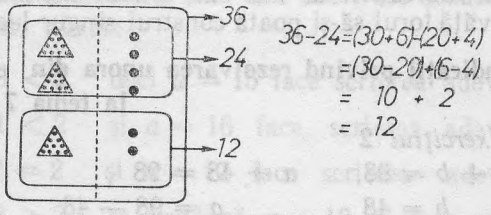


Fig. 139

Cele de mai sus se realizează dacă mulțimea model pentru scăzător se alege astfel: din mulțimea model a descăzutului organizată cu structură numerică zecimală, separăm din mulțimea unităților atîtea unități cîte are scăzătorul și din mulțimea zecilor atîtea zeci cîte are scăzătorul. Reunind mulțimea zecilor și mulțimea unităților astfel separate, obținem submulțimea model pentru scăzător organizată și ea cu structură numerică zecimală. Evident, ceea ce rămîne în mulțimea model a descăzutului este mulțimea diferență, organizată cu structură numerică zecimală. Numind numărul ei de elemente, spunem rezultatul scăderii.

Dacă se folosesc ca mulțimi model figuri numerice, la separarea din mulțimea model a descăzutului a celor două submulțimi model, cea pentru scăzător, cu numărul elementelor cunoscut, și cea pentru diferență, al cărei număr de element se caută, devine foarte clar că de fapt formăm două mulțimi diferență, una între mulțimi cu elementele zeci și una între mulțimi cu elementele unități, și că reuniunea acestora două este mulțimea diferență ce funcționează ca model pentru rezultatul scăderii, fiind tocmai figura numerică corespunzătoare acestuia. Pentru 36 — 24 = lucrul pe panoul trusei este sugerat pe figura 140.

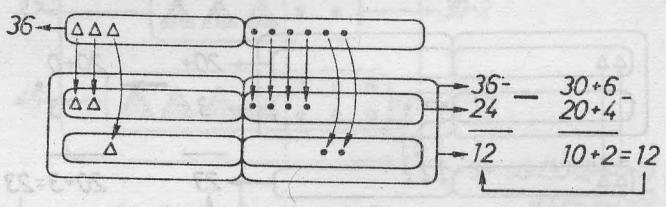


Fig. 140

Tot cu această ocazie apare limpede regula practică de scădere: se scad unitățile scăzătorului din cele ale descăzutului și zecile scăzătorului din cele ale descăzutului. În același timp, se pune în evidență comoditatea oferită de scrierea numerelor unele sub altele, deci se deduce tehnica de calcul în scris.

În partea din lecții în care se utilizează trusele despre care am mai vorbit, pe panou se va obține la tema a 5-a din manual figura 141 etc. (identice cu cele din manual).

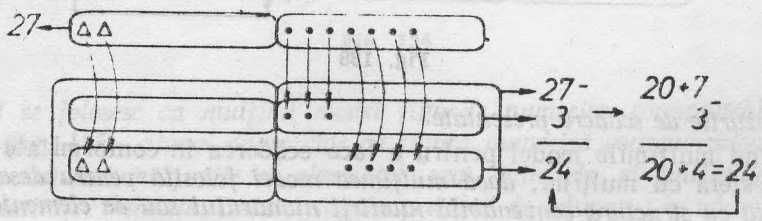


Fig. 141

Cu indicațiile de mai sus, textul din manual este suficient de clar pentru ca învățătorul să-și poată construi singur lecțiile legate de temele menționate.

Indicații privind rezolvarea unora din exercițiile și problemele propuse la tema 7

Exercițiul 2

$a + b = 98$, $b = 48$, $a = ?$ $\quad a + 48 = 98$, $a = 98 - 48$, $a = 50$

Se caută un termen cunoscînd suma și celălalt termen.

Problema 4

Notăm cu a numărul de pagini citite a doua zi. Din enunțul problemei rezultă că putem scrie fie: $a + 11 = 24$, fie: $a = 24 - 11$.

Dacă am scris prima egalitate, pentru găsirea lui a observăm că știm suma și un termen și căutăm celălalt termen. Avem:

$$a = 24 - 11; \qquad a = 13.$$

Problema 5

Notăm numărul de lei care i-au rămas cu a. În baza enunțului problemei, avem:

$$a = 79 - 53 \qquad 79 -$$
$$a = 26 \qquad 53$$
$$\overline{26}$$

Problema 6

Se rezolvă la fel ca problema 5.

Problema 8

Unele exerciții se rezolvă cerînd elevilor să le formuleze ca probleme:

Aflați termenul necunoscut a al unei adunări, știind că suma este 78 și celălalt termen este 26.

Aflați scăzătorul unei scăderi știind că descăzutul este 57 și diferența este 32.

Aflați descăzutul dacă scăzătorul este 20 și diferența este 41.

Se scrie, respectiv:

$26 + a = 78$ $\qquad$ $78 -$ $\qquad$ $57 - a = 32$ $\qquad$ $57 - \quad a - 20 = 41$

$a = 78 - 26$ $\qquad$ 26 $\qquad$ $a = 57 - 32$ $\qquad$ 32 $\qquad$ $a = 20 + 41$

$a = 52$ $\qquad$ $\leftarrow 52$ $\qquad$ $a = 25$ $\leftarrow$ 25 $\qquad$ $a = 61$

Celelalte exerciții se rezolvă prin încercări:

$$a - 15 \leqslant 2.$$

Se vede că a un poate fi un număr natural mai mic decît 15, deoarece nu s-ar putea face scăderea. Așadar, avem:

$a = 15$; $15 - 15 = 0$; $0 < 2$ deci $a = 15$ face scrierea adevărată

$a = 16$; $16 - 15 = 1$; $1 < 2$ și $a = 16$ face scrierea adevărată

$a = 17$; $17 - 15 = 2$; $2 = 2$ și $a = 17$ face scrierea adevărată

$a = 18$; $18 - 15 = 3$; $3 > 2$ se vedă că $a = 18$ nu face scrierea adevărată.

Ceea ce s-a întîmplat pentru $a = 18$, se va întîmpla şi pentru orice număr natural a mai mare decît 18. Aşadar, mulţimea numerelor naturale care fac scrierea adevărată este:

$$\{15, 16, 17\}.$$

* Se scrie şi $a \in \{15, 16, 17\}$.

În $12 + a < 15$ a poate fi orice număr natural de la 0 la 2 (se fac încercări).

* $a \in \{0, 1, 2\}$.

În $47 + a < 49$, a poate fi: 0 şi 1.

* $a \in \{0, 1\}$.

În $35 - a > 32$, a poate fi: 0; 1; 2

* $a \in \{0, 1, 2\}$.

În $a + 13 \leqslant 17$, a poate fi: 0; 1; 2; 3; 4

* $a \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Problema 9

Vasilică a rezolvat 47 probleme.
Sora lui a rezolvat a probleme, avînd $a = 47 - 17$.
Împreună au rezolvat b probleme, avînd $b = 47 + a$.
Putem scrie:

$b = 47 + a$
$b = 47 + (47 - 17)$
$b = 47 + 30$
$b = 77$

$47 - 17 = 30$ $\quad 47 - 17 = 30$

$47 + 30 = 77$ $\quad 47 + 30 = 77$

Rezolvarea se poate scrie şi:

$47 - 17 = 30$ probleme a rezolvat sora lui Vasilică.
$47 + 30 = 77$ probleme au rezolvat împreună.

Problema 12

12 kg roşii în prima ladă.
a kg roşii în a doua ladă, şi $a = 12 + 5$; $\quad a = 17$ kg.
b kg roşii în cele două lăzi, cu $b = 12 + a$, $\quad 12 + 17 = 29$ kg.

$b = 12 + 17$
$b = 29$

Rezolvarea se poate scrie şi:

$12 + 5 = 17$
$12 + 17 = 29$ În cele două lăzi sînt 29 kg de roşii.

Problema 13

$50 + 34 + a = 96$
$84 + a = 96$
$a = 96 - 84$
$a = 12$

$96 - 84 = 12$

Mai trebuie să se cumpere 12 m de sîrmă.

Altă scriere a rezolvării:

$50 + 34 = 84$; $96 - 84 = 12$. Trebuie încă 12 m de sîrmă.

Problema 14

$45 + (45 - 3) = 45 + 42 = 87$. S-au consumat 87 l de lapte.

Rezolvarea se poate scrie:

$45 - 3 = 42$

$45 + 42 = 87$. S-au consumat 87 l de lapte.

Problema 15

Figura 142.

$17 - 3 = 14$ bile mari albe;

$3 + 2 = 5$ bile mici;

$17 + 2 = 19$ bile sînt în total.

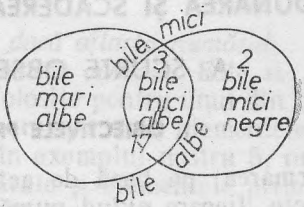


Fig. 142

II. ADUNAREA ŞI SCĂDEREA NUMERELOR NATURALE PÎNĂ LA O SUTĂ CU TRECERE PESTE ORDIN

Capitolul 1

ADUNAREA ŞI SCĂDEREA PÎNĂ LA 20 CU TRECERE PESTE ZECE

A. SCURTE OBSERVAŢII ASUPRA CONŢINUTULUI

1. OBIECTIVELE PREVĂZUTE DE PROGRAMA ŞCOLARĂ

Formarea, pe bază de activităţi practice, a reuniunii a două mulţimi disjuncte, fiecare avînd numărul elementelr mai mic ca 10, dar reuniunea avînd între 10 şi 20 elemente. Numirea numărului de elemente al reuniunii, prin separarea în ea a două submulţimi disjuncte, una avînd 10 elemente.

Pe baza pregătirii astfel făcute, se fac adunări de tipul $8 + 5 = 13$, mînuind nemijlocit mulţimi de obiecte, făcînd reuniuni, separări de submulţimi disjuncte (din care una cu 10 elemente), numirea şi scrierea numărului elementelor reuniunii.

Treptat, din explicaţiile date folosind mulţimile şi operaţiile cu mulţimi, se vor degaja etapele de rezolvare:

$$\frac{8 + 5 = 13}{}$$

$10 - 8 = 2$ cu cît trebuie completat 8 pînă la 10;

$5 - 2 = 3$ cît rămîne din 5, după completarea la 8 cu 2 unităţi.

$10 + 3 = 13$ cîte zeci şi unităţi sînt în total.

Prin exerciţii repetate se vor forma automatisme de calcul, spunîndu-se direct rezultatul unor adunări de acest fel, fără a mai apela la mulţimi de obiecte şi operaţii cu ele.

Utilizînd nemijlocit mulţimi cu elementele zeci şi unităţi, separarea de submulţimi disjuncte şi alte noţiuni cunoscute despre mulţimi, se vor face scăderi de tipul $15 - 8 = 7$, distingînd etapele:

$$\frac{15 - 8 = 7}{\begin{array}{r} 10 - 8 = 2 \\ 2 + 5 = 7 \end{array}}$$

şi ajungînd la automatisme de calcul. Pentru însuşirea tipului de exerciţii prezentate mai sus, nu se va economisi timp şi efort, ele fiind temelia calculului ce urmează a fi învăţat mai departe.

2. CUNOŞTINŢE ŞI DEPRINDERI CU CARE TREBUIE SĂ RĂMÎNĂ ELEVII

La cele expuse în obiectivele prevăzute de programă, facem următoarele completări:

Formarea automatismului de recunoaştere a perechilor de numere a căror sumă este 10.

Cunoaşterea modului de calcul a numărului care adunat cu un număr dat, dă suma zece (completarea zecii, prin scădere). Formarea automatismului

de găsire a numărului care adunat cu un număr dat, dă suma zece (completarea zecii în mod direct, fără a mai face calculul prin scădere).

La adunarea a două numere mai mici ca 10, a căror sumă este mai mare ca 10, numărul elementelor reuniunii se va găsi prin procedeele (exemplificăm pentru $7 + 5 =$):

— *Se face reuniunea mulțimilor model*, așa cum cere definiția adunării, *apoi se numără elementele reuniunii* (vezi prima figură de la tema a 4-a din manual). Găsim $7 + 5 = 12$.

— *Se scurtează procesul de găsire a sumei dacă aflarea numărului elementelor reuniunii are loc în același timp cu formarea acesteia.* Este suficient a pune în reuniune elementele mulțimii model folosite pentru unul din termeni, de exemplu pentru 7, apoi punem în continuare, pe rînd, elementele mulțimii model folosite pentru al doilea termen, în exemplul nostru 5, numărîndu-le începînd cu 8, ca și cum au fost numărate și elementele primei mulțimi (vezi figura din dreapta primei figuri, la tema a 4-a din manual).

— *Se face reuniunea mulțimilor, iar pentru aflarea numărului elementelor ei, ea se organizează cu structură numerică zecimală.* Aceasta revine la **a trece în reuniune de la o separare a sa în subulțimi disjuncte, fiecare avînd atîtea elemente cît sînt termenii adunării, la o altă separare în submulțimi disjuncte, una avînd 10 elemente** (pentru exemplul $7 + 5 =$ vezi figura situată sub primul rînd de figuri, la tema a 4-a din manual).

Se va observa că **nu formarea reuniunii mulțimilor model este lucru dificil, la efactuarea adunării, ci aflarea numărului elementelor reuniunii, ceea ce ne obligă la organizarea acesteia cu o structură numerică zecimală.** Aceasta este însă incomod și *vom căuta mijloace de a evita realizarea practică a organizării respective a reuniunii, găsind alte căi de a afla structura zecimală a ei, prin folosirea structurilor zecimale ale mulțimilor model folosite pentru termeni.*

Se va cunoaște modul în care poate fi găsită structura numerică zecimală a reuniunii folosind figuri numerice pentru termeni și sumă, așa cum rezultă din figura 143 (care reproduce ultima figură de la tema a 4-a din manual).

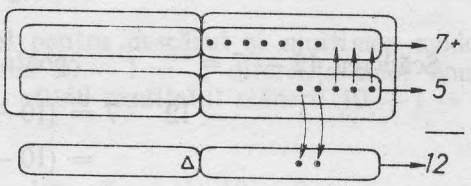


Fig. 143

Elevii vor ști să recunoască cu ajutorul acestei figuri dacă suma celor două numere trece peste zece, datorită modului în care sînt amplasate punctele ce reprezintă unitățile. Avînd în vedere că într-o figură numerică aceste puncte încep din stînga, iar în cealaltă ele încep din dreapta, suma va trece de zece dacă cele două rînduri de puncte „se depășesc" unul pe altul, și nu va trece de zece dacă cele două rînduri de puncte „nu ajung" unul la altul.

Se deduce că $7 + 5$ se poate efectua prin calcul cu următoarele operații ajutătoare[1]:

$$10 - 7 = 3; \quad 5 - 3 = 2;$$

deci:

$$\begin{aligned} 7 + 5 &= 7 + (3 + 2) \\ &= (7 + 3) + 2 \\ &= 10 + 2 \\ &= 12 \end{aligned}$$

[1] Manualul și îndrumătorul recomandă diverse procedee menite să ducă la însușirea conștientă a unor tehnici de calcul. Pe măsura formării automatismelor în efectuarea acestor calcule, se va renunța la procedeele utilizate în perioada deducerii regulilor respective.

La scăderea cu trecere peste zece a unui număr scris cu o cifră, dintr-un număr cuprins între 10 și 20, este firesc să folosim drept model pentru descăzut o mulțime organizată cu structură numerică zecimală. În adevăr, trebuie să alegem o mulțime cu numărul de elemente cunoscut, cuprins între 10 și 20. În procesul constituirii mulțimii model cu acest număr de elemente, ea rămîne în final cu o structură numerică zecimală.

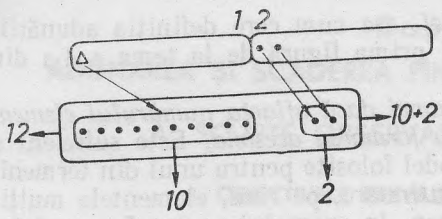


Fig. 144

La scăderi ca 12 — 7 = , alegînd mulțimea model pentru descăzutul 12, aceasta apare deja organizată ca reuniune a două mulțimi disjuncte, una cu 10 elemente și una cu 2 elemente (fig. 144). Pentru a efectua scăderea trebuie să alegem, din mulțimea model a descăzutului, o submulțime cu 7 elemente. *Mulțimea model a descăzutului prezentîndu-se cu structura din figura 144, este firesc să alegem submulțimea cu 7 elemente din mulțimea celor 10 elemente, așa cum sugerează figura 145.*

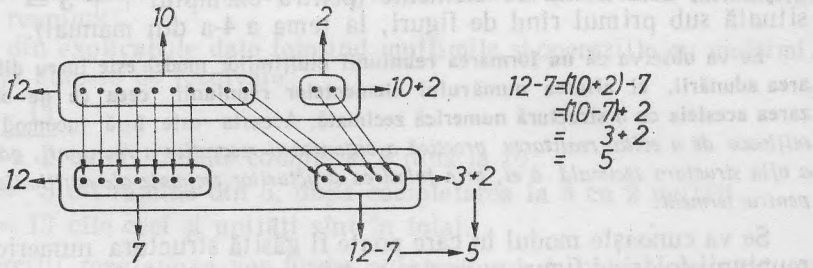


Fig. 145

Scăderea 12 — 7 = poate fi efectuată prin calcul, astfel:

$$12 - 7 = (10 + 2) - 7$$
$$= (10 - 7) + 2$$
$$= 3 + 2$$
$$= 5$$

Raționamentul va putea fi urmărit pe figura 145*.

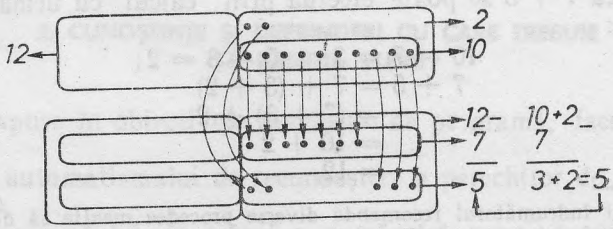


Fig. 145*

B. INDICAȚII METODICE PENTRU PREDAREA TEMELOR DIN CAPITOLUL 1

(Număr de ore, orientativ = 11)

TEMELE : 1, 2 ȘI 3 DIN MANUAL

Scop: Cunoașterea raționamentului și formarea automatismelor de calcul pentru completarea zecii.

Material didactic

Manualul, cretă colorată.

Recomandări metodice pentru predarea temei

Lecția se poate desfășura lucrînd cu manualul. Desenele de la temele 1, 2 și 3 din manual vor fi executate de învățător la tablă, cu cretă colorată, la momentul oportun.

La tema 1 se parcurg etapele:

— Elevii arată pe figură: cele două mulțimi disjuncte care se folosesc pentru a afla sumele $9 + 1$ și $1 + 9$; reuniunea lor.

Se procedează analog pentru: $8 + 2$ și $2 + 8$; $7 + 3$ și $3 + 7$; $6 + 4$ și $4 + 6$; $5 + 5$.

— Se vor arăta perechile de adunări la care sumele se pot scrie de la una la cealaltă, datorită comutativității adunării.

La tema a 2-a se parcurg etapele:

— Elevii arată pe figură: mulțimea model pentru descăzut și mulțimea model pentru scăzător, pentru a face scăderea $10 - 9 =$; diferența celor două mulțimi anterioare, pe care o numără, aflînd rezultatul scăderii $10 - 9 =$.

— Se arată apoi: mulțimea model pentru descăzut și mulțimea model pentru scăzător, pentru a face scăderea $10 - 1 =$; diferența celor două mulțimi anterioare, pe care o numără, aflînd rezultatul scăderii $10 - 1 =$.

Se procedează analog pentru:

$10 - 8 =$ și $10 - 2 =$; $10 - 7 =$ și $10 - 3 =$;
$10 - 6 =$ și $10 - 4 =$; $10 - 5 =$

La tema a 3-a

Elevii vor fi deprinși să citească

$$7 + a = 10$$

ca problemă: „7 adunat cu cît fac 10?"; „Ce număr adunat cu 7 face suma 10?"; „Suma a două numere este 10, unul din numere este 7. Aflați celălalt număr."

Ei vor explica găsirea lui a folosind legătura dintre adunare și scădere rezultată din definițiile cu mulțimi ale acestora, așa cum decurge ea din figura existentă în manual: luăm o mulțime cu 10 elemente; separăm în ea o submulțime cu 7 elemente; formăm mulțimea diferență, care are, deocamdată, numărul elementelor necunoscut, pe care îl notăm cu a; numărăm elementele mulțimii diferență, găsind $a = 3$.

Din figură rezultă scrierile:

$$7 + a = 10$$
$$a = 10 - 7$$
$$a = 3$$

care sînt, dealtfel, cunoscute de copii.

O b s e r v a ţ i e

Mai sus s-a cerut ca elevii să îndeplinească cerinţele învăţătorului folosind manualul. După fiecare etapă, învăţătorul va executa la tablă desenul existent în manual şi va arăta el (sau va scoate un elev să arate) răspunsul corect, spre a da posibilitatea verificării şi îndreptării răspunsurilor iniţiale ale elevilor.

În clasă se vor face exerciţii asemănătoare cu cele din manual, urmînd ca cele din manual să fie propuse ca temă acasă.

(Acest procedeu va fi extins şi la alte lecţii, diminuînd pe cît posibil numărul exerciţiilor şi problemelor din manual recomandate în acest Îndrumător să fie efectuate în clasă, recomandări care au doar un caracter orientativ).

TEMA A 4-A : ADUNAREA CU TRECERE PESTE ZECE A DOUĂ NUMERE SCRISE CU CÎTE O CIFRĂ

Scop: Cunoaşterea diferitelor căi de aflare a numărului elementelor reuniunii rezultate prin aplicarea definiţiei cu mulţimi a adunării numerelor naturale; utilizarea ca mulţimi model a figurilor numerice în aşa fel, încît reuniunea mulţimilor model folosite pentru termeni să apară gata organizată cu o structură numerică zecimală, care să permită numirea şi scrierea numărului său de elemente.

Material didactic

Pentru învăţător: Trusa învăţătorului pentru predarea operaţiilor cu numere naturale. Planşa cu figura 147.

Pentru elevi: Pungă de material plastic cu 20 de beţişoare (chibrituri sau scobitori); sfoară.

Recomandări metodice pentru predarea temei

a) *Activităţi desfăşurate cu elevii, fără folosirea manualului*

Muncă independentă

Învăţătorul scrie pe tablă adunările pe care le propune a fi efectuate:

$7 + 5 =$; $8 + 6 =$; $2 + 9 =$

El propune elevilor următorul procedeu de lucru, pentru fiecare adunare: *se aleg ca mulţimi model pentru termeni, cerute de regula adunării numerelor naturale, mulţimi de beţişoare* din punga cu beţişoare avută de fiecare elev (elevul formează efectiv aceste mulţimi pe bancă, în faţa lui); *se face reuniunea acestor mulţimi*; se numără elementele reuniunii obţinute, scriind rezultatul adunării: $7 + 5 = 12$.

La prima adunare, 7 + 5 = , elevii execută în bănci după fiecare etapă, cele explicate de învățător în etapa respectivă. Numai după terminarea lucrului în bănci învățătorul explică etapa următoare.

La sfîrșitul efectuării primei adunări, cîțiva elevi explică modul în care au procedat. După ce există certitudinea că au înțeles cu toții ce trebuie făcut, se propune elevilor efectuarea în mod asemănător a celorlalte două adunări. Cînd au terminat cu toții, se cer rezultatele obținute de cîțiva elevi, cerîndu-le să explice cum au procedat. Se indică rezultatele corecte, dacă este necesar se dau explicații separate unor elevi care mai întîmpină dificultăți, în timp ce celorlalți elevi li se propun alte exerciții asemănătoare cu acestea.

Se scriu apoi pe tablă adunările:

$$9 + 4 = \quad ; \quad 3 + 8 = \quad ; \quad 6 + 7 =$$

Pentru efectuarea lor se propune următorul procedeu, diferit puțin de primul: *Se aleg ca mulțimi model pentru termeni, mulțimi de bețișoare* luate din punga de pe bancă. Pentru prima adunare se obține pe bancă o mulțime cu 9 bețișoare și una cu 4 bețișoare. *Se ia în mînă una din cele două mulțimi de bețișoare (de preferință aceea cu mai puține bețișoare), să zicem mulțimea celor 4 bețișoare. Se pune din ea cîte un bețișor, pe rînd, peste mulțimea cu 9 bețișoare, numărînd bețișoarele puse, începînd cu 10 (ca și cum au fost deja numărate elementele primei mulțimi, și se continuă numărarea cu elementele mulțimii a doua). La epuizarea bețișoarelor din mînă, rezultatul numărării este tocmai numărul elementelor reuniunii, deci rezultatul adunării*, scriind $9 + 4 = 13$.

După ce se face în acest mod prima adunare, sub îndrumarea învățătorului, elevii le vor efectua asemănător pe celelalte două.

Se vor face scurte verificări și aprecieri asupra modului în care au lucrat elevii, apoi li se va cere părerea care dintre cele două procedee folosite pînă acum, li se pare mai ușor.

În urma discuțiilor învățătorul va sublinia că la adunările făcute, **partea dificilă este numărarea elementelor reuniunii,** *aceasta neobținîndu-se gata pregătită pentru a-i numi și scrie numărul elementelor sale* (nu are structură *numerică zecimală*).

Această pregătire trebuie făcută de noi, după ce s-a obținut reuniunea.

Ca exercițiu în acest sens se propune efectuarea adunărilor:

$$9 + 3 = \qquad 5 + 8 = \qquad 7 + 5 =$$

Se recomandă următorul procedeu de lucru:

Se aleg ca mulțimi model pentru termeni, mulțimi de bețișoare din punga de pe bancă. Pentru prima adunare se obține pe bancă o mulțime cu 9 bețișoare și una cu 3 bețișoare. *Se face reuniunea lor, obținînd pe bancă o singură mulțime de bețișoare, al cărei număr de elemente dorim să-l aflăm.*

Pentru aflarea numărului elementelor ei, aplicăm procedeul cunoscut de la numirea și scrierea numerelor mai mari ca zece: separăm din mulțimea noastră o submulțime de zece bețișoare (pe care le legăm cu sfoară într-un mănunchi); *numărăm mulțimea bețișoarelor rămase în afara zecii. Găsim structura numerică zecimală a reuniunii*: 1 zece și 2 bețișoare. *Pe baza ei, numim numărul elementelor reuniunii*, doisprezece, *și scriem* $9 + 3 = 12$.

După ce, sub îndrumarea învățătorului, se face prima adunare pe această cale, elevii vor face asemănător celelalte două adunări, urmate de o scurtă verificare și apreciere a rezultatelor și a modului de lucru, de către învățător.

Deducerea regulii de calcul

Discutînd *cele trei modalităţi de lucru folosite*, învăţătorul va atrage atenţia că toate *rămîn greoaie. Ar fi necesară o regulă de adunare care să ne ducă mai repede la rezultat, fără a fi nevoiţi să mai folosim mulţimi model.* El anunţă elevii că de găsirea unei astfel de reguli se va ocupa în continuare.

Elevii strîng materialul didactic de pe bănci.

Se prezintă panoul cu figura 125, din trusa învăţătorului pentru predarea operaţiilor cu numere naturale:

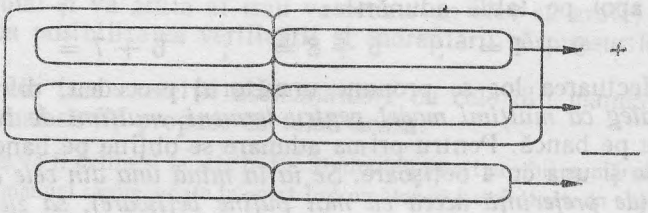


Fig. 125

Se scriu pe tablă adunările:

$$7 + 5 = \; ; \qquad 8 + 6 = \; ; \qquad 2 + 9 =$$

Pentru efectuarea primei adunări, se completează cu discuri panoul astfel încît să formăm figurile numerice ale termenilor. Obţinem figura 146. *Se observă că 3 elemente din a doua mulţime sînt necesare pentru a completa o zece, împreună cu cele 7 elemente ale primei mulţimi.*

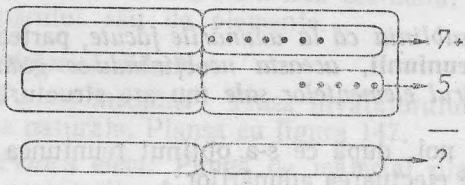


Fig. 146

Se iau cele 3 discuri negre de pe panou, împreună cu cele 7 cu care am completat o zece, şi în locul lor punem un triunghi verde în figura numerică de sub reuniunea mulţimilor model folosite pentru termeni (care este chiar figura numerică ce dă numărul elementelor reuniunii respective). *Au rămas două discuri negre din cele 5 cîte a avut mulţimea a doua, pe care le coborîm în figura numerică de jos.* Cele spuse mai sus sînt sugerate în figura 147. Această figură, sub formă de planşă, va fi expusă în faţa clasei.

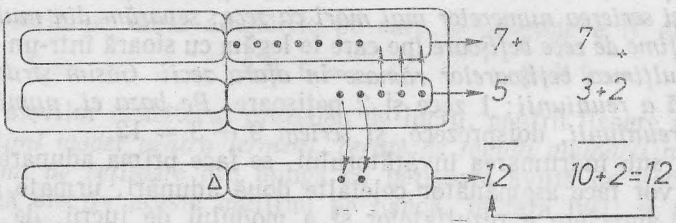


Fig. 147

După ce se fac transformările respective, panoul arată ca figura 148. Se scrie pe tablă: $7 + 5 = 12$.

Se propune unor elevi ca, folosind trusa învățătorului, să facă în mod asemănător celelalte două adunări.

Elevii vor fi puși să efectueze și alte adunări de acest fel în scopul deprinderii modului de lucru.

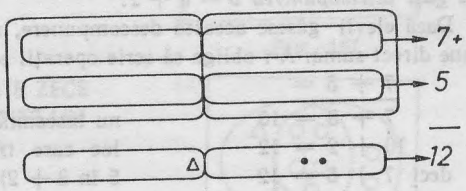


Fig. 148

După ce toți elevii și-au însușit tehnica de lucru, învățătorul, prin discuții cu clasa, va evidenția etapele principale în adunările de acest fel, și modul în care sînt rezolvate:

— găsirea numărului cu cît trebuie completat un termen pînă la 10. În cazul nostru, ca să aflăm cu cît trebuie completat 7 pînă la 10 este necesară operația:

$$10 - 7 = 3$$

care se face în minte, sau se scrie;

— găsirea numărului ce rămîne din termenul din care am luat ca să completăm pe celălalt pînă la 10. În cazul nostru, acesta se află prin operația:

$$5 - 3 = 2$$

care se face în minte, sau se scrie;

— zecea formată și unitățile rămase (2 în cazul nostru) ne dau numărul ce reprezintă suma căutată

$$10 + 2 = 12.$$

Rezumînd cele de mai sus, rezultă că putem face adunarea $7 + 5 =$ prin calcul, fără a folosi mulțimi model, ci anumite operații ajutătoare. Calculul respectiv[1] se poate așeza astfel:

$$\begin{array}{l} 7 + 5 = \\ \hline 10 - 7 = 3 \qquad \text{cu cît trebuie completat 7 pînă la 10;} \\ 5 - 3 = 2 \qquad \text{cît rămîne din 5 după completarea zecii;} \\ \hline 7 + 5 = 7 + (3 + 2) \\ \quad = (7 + 3) + 2 \\ \quad = 10 + 2 \\ \quad = 12 \qquad \text{cît este suma } 7 + 5. \end{array}$$

Numai după ce învățătorul se convinge, prin discuții cu clasa și prin efectuarea la tablă de către elevi a celorlalte două adunări propuse, că toți elevii au înțeles efectuarea adunărilor de acest fel scriind operațiile ajutătoare, le va propune exerciții asemănătoare ca muncă independentă și le va permite treptat să facă oral operațiile ajutătoare, scriind doar rezultatul.

Într-o etapă ulterioară, după ce tehnica de calcul dată mai sus va fi perfect însușită, se va permite elevilor care sesizează direct cu cît trebuie completată zecea și cît rămîne din celălalt număr (în exemplul nostru, atunci cînd elevii

[1] În sistemul de numerație zecimal.

sesizează descompunerea convenabilă a lui 5 în 5 = 3 + 2, pentru a efectua 7 + 5 =), să spună direct rezultatul adunării, fără a mai face nici în scris, nici oral, operații ajutătoare.

Observație: *Toată dificultatea adunării cu trecere peste 10, ca 7 + 5 = , constă în a găsi descompunerea 5 = 3 + 2.*

Dacă elevii găsesc această descompunere, nu pot întîmpina nici o dificultate pentru spune direct suma. A-i obliga să scrie operații ajutătoare de felul:

7 + 5 =

7 + 3 = 10
10 + 2 = 12
deci 7 + 5 = 12

nu înseamnă a le da un mijloc de găsire a sumei (mijloc care trebuia să-i învețe cum să-l descompună pe 5 în 3 + 2), ci a-i pedepsi pe copii cu corvoada scrierii inutile a unor lucruri deja cunoscute.

b) *Activități desfășurate cu elevii, cu folosirea manualului*

Pe bănci rămîn doar manualele de matematică, care se deschid la tema a 4-a: „Adunarea a două numere scrise cu cîte o cifră". Elevii, îndrumați de învățător, vor spune ce sugerează fiecare din figurile existente la această temă.

Ei vor rezolva pe caiete exercițiile date ca exemple în manual, scriind și operațiile ajutătoare, apoi își vor verifica lucrul urmărind rezolvarea din manual.

În clasă se vor lucra exercițiile: 1 și 2, primele două coloane din fiecare; 7.

Acasă se vor propune: 1 și 2, restul exercițiilor; 3; 4; 5; 6; 8; 9. Ele vor fi amănunțit discutate în orele următoare.

Indicații privind rezolvarea unora din problemele propuse la tema a 4-a

Problema 7

Figura 149.

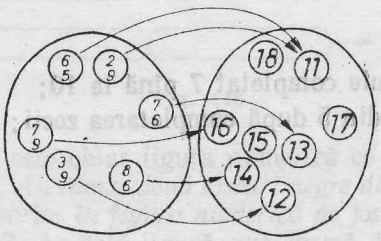


Fig. 149

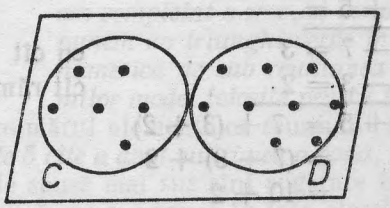


Fig. 150

Problema 8

Nu a ales mulțimile disjuncte, așa cum cere regula adunării. Figura 150.

Problema 9

În cutie nu există alte piese, care să nu fie nici roșii, nici cercuri. Deci, piesele care nu sînt cercuri sînt triunghiuri roșii. Numărul maxim de piese este realizat cînd intersecția mulțimii pieselor roșii, cu a cercurilor, este vidă (fig. 151). În acest caz, în cutie avem 6 + 7 = 13 piese.

Numărul minim de piese este realizat cînd intersecția are cel mai mare număr posibil de piese, deci cînd avem 5 cercuri roșii (fig. 152). În acest caz avem $1 + 7 = 8$ piese în cutie. (Nu pot fi 6 cercuri roșii, pentru că atunci nu am mai putea avea măcar un triunghi roșu).

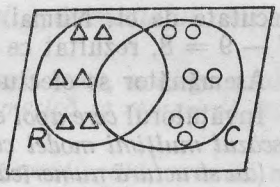


Fig. 151

TEMA A 5-A : SCĂDEREA CU TRECERE PESTE ZECE A UNUI NUMĂR SCRIS CU O CIFRĂ, DINTR-UN NUMĂR CUPRINS ÎNTRE 10 ȘI 20

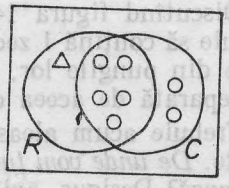


Fig. 152

Scop: Deducerea unui procedeu de calcul aplicînd definiția cu mulțimi a scăderii numerelor naturale.

Material didactic

Pentru învățător: Planșe cu figurile 144, 145, 145*. Trusa învățătorului pentru adunarea și scăderea numerelor naturale.

Pentru elevi: Punga cu bețișoare (20 bucăți).

Recomandări metodice pentru predarea temei

a) Activități desfășurate cu elevii, fără folosirea manualului

Se scriu pe tablă scăderile care urmează a fi efectuate

$18 - 5 =$ $\quad 17 - 9 =$ $\quad 14 - 8 =$ $\quad 13 - 9 =$

Elevii încearcă efectuarea după regula cunoscută; se scad unitățile scăzătorului din cele ale descăzutului:

$$\begin{array}{r} 18 - \\ 5 \\ \hline 13 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 - \\ 9 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 - \\ 8 \\ \hline ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13 - \\ 5 \\ \hline ? \end{array}$$

Se constată că aplicarea acestei reguli este posibilă numai în primul caz. Pentru celelalte scăderi este necesar un alt procedeu de lucru.

Deocamdată *vom folosi definiția cu mulțimi a scăderii numerelor naturale,* în care scop, prin discuțiile învățătorului cu elevii este reamintită această definiție:

a) Se alege o mulțime model cu atîtea elemente cît este descăzutul.

b) Se alege în ea o submulțime cu atîtea elemente cît este scăzătorul.

c) Se formează mulțimea diferență între mulțimea model a descăzutului și cea a scăzătorului. Numărul elementelor acestei mulțimi este rezultatul scăderii.

Se propune ca, folosind drept mulțimi model, mulțimi de bețișoare din pungile lor, elevii să efectueze scăderea $17 - 9 =$ aplicînd definiția de mai sus. În acest scop definiția este reluată pe etape, elevii executînd în bănci ceea ce se cere în ea, iar învățătorul verificînd prin sondaj corectitudinea celor

executate de ei. Numai după aceea se trece la etapa următoare. Se obține $17 - 9 = 8$, rezultat ce se scrie pe tablă.

Asemănător se efectuează scăderile $14 - 8 =$ și $13 - 5 =$.

Învățătorul *cere apoi elevilor să efectueze scăderea* $12 - 7 =$, *folosind pentru descăzut mulțimi model ce sînt pregătite pentru numirea numărului elementelor lor (au structură numerică zecimală)*. Procedeul de lucru este sugerat în figurile 144 și 145 care se prezintă sub formă de planșă.

Discutînd figura 144 se stabilește că mulțimea model pentru descăzut trebuie să conțină 1 zece și 2 unități. Elevii aleg o astfel de mulțime de bețișoare din pungile lor, așezînd-o pe bănci astfel încît submulțimea de 10 să fie separată de aceea de 2 bețișoare.

Trebuie acum aleasă o submulțime model pentru scăzător, avînd 7 elemente. *De unde vom lua cele 7 elemente, din cele 10, din cele 2 bețișoare aflate pe bancă?* Desigur, există și alte posibilități, dar *este firesc a le lua de unde este posibil fără alte complicații, deci din cele 10 bețișoare*. Luînd 7 din ele și așezîndu-le separat pe bancă ca mulțime model pentru scăzător, din zecea respectivă rămîn:

$10 - 7 = 3$ (se scrie pe tablă și în caiete)

Figura 145 sugerează formarea mulțimii diferență între cele două mulțimi model, a descăzutului și a scăzătorului: se reunește mulțimea celor 3 elemente rămase din zece, cu mulțimea celor 2 elemente aflate inițial în mulțimea model a descăzutului. Este evident că numărul elementelor mulțimii diferență este $3 + 2 = 5$.

Discutînd cele scrise la dreapta figurii 145 pe planșă, se constată că sînt tocmai calculele ce trebuie făcute pentru a efectua scăderea:

$$\begin{aligned} 12 - 7 &= (10 + 2) - 7 \\ &= (10 - 7) + 2 \\ &= 3 + 2 \\ &= 5. \end{aligned}$$

Folosind același procedeu, elevii vor efectua $15 - 6 =$, scriind în final modul de calcul.

Scăderile $13 - 8 =$; $14 - 6 =$; $17 - 8 =$, vor fi efectuate doar prin calcul, fără a mai folosi mulțimi model:

$15-6=(10+5)-6$	$13-8=(10+3)-8$	$14-6=(10+4)-6$	$17-8=(10+7)-8$
$=(10-6)+5$	$=(10-8)+3$	$=(10-6)+4$	$=(10-8)+7$
$=4+5$	$=2+3$	$=4+4$	$=2+7$
$=9$	$=5$	$=8$	$=9$

În scopul consolidării modului în care se face scăderea și a sintetizării sub forma unei reguli de calcul cît mai comode, *se va folosi din trusa învățătorului* pentru predarea adunării și scăderii, *panoul cu aspectul din figura 145 a.*

Învățătorul îl folosește pentru a efectua, de exemplu, $12-7=$

a) *Așază pe panou un triunghi albastru și două discuri negre, așa cum se vede în figura 145, a, realizînd mulțimea model pentru descăzut.*

b) Neputînd alege pentru scăzător mulțimea model cu 7 elemente, din mulțimea „unităților" descăzutului 12, *înlocuiește triunghiul albastru care*

reprezintă o zece, cu 10 discuri negre, mulțimea model a descăzutului arătînd acuma ca în figura 145 b.

c) *Din mulțimea celor 10 discuri negre care au înlocuit zecea, se alege o submulțime de 7 discuri negre care sînt puse în figura numerică ce reprezintă scăzătorul (fig. 145 c).*

d) *Mulțimea celor 10—7 discuri rămase din zecea menționată, reunită cu mulțimea celor 2 discuri existente inițial în mulțimea model a descăzutului, formează mulțimea diferență.*

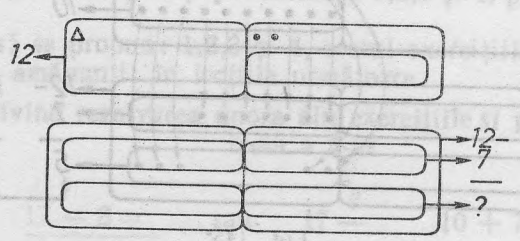


Fig. 145 a

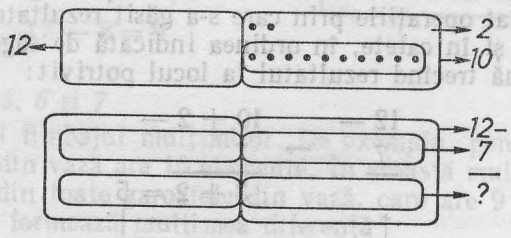


Fig. 145 b

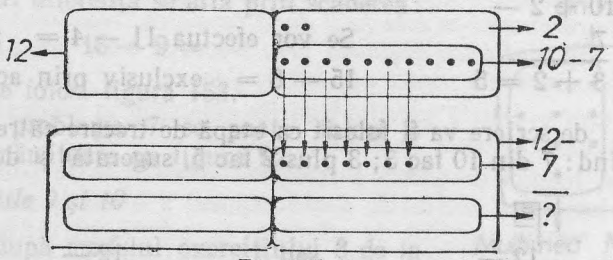


Fig. 145 c

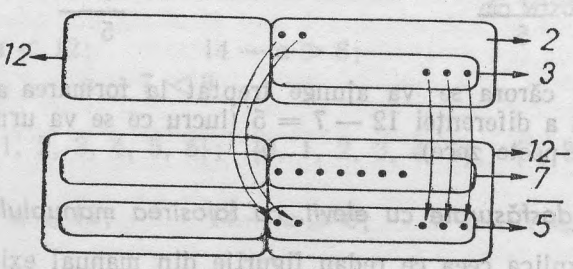


Fig. 145 d

Elementele ei se vor aşeza cum arată figura 145 d în care este realizată separarea, din mulţimea model a descăzutului, a mulţimii model a scăzătorului şi este pusă în evidenţă mulţimea diferenţă dintre primele două.

Toate aceste etape vor fi recapitulate pe figura 145* care se va prezenta sub formă de planşă. Apoi, elevii vor efectua singuri alte scăderi de acest fel, folosind trusa învăţătorului, pînă vor deprinde modul de lucru.

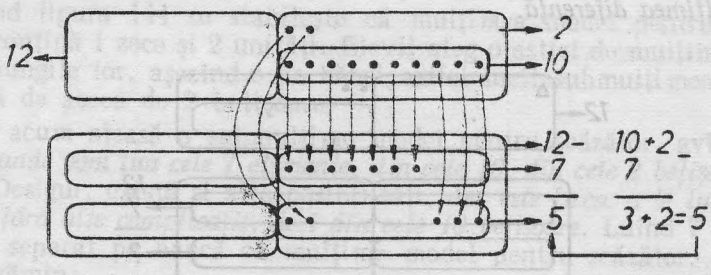


Fig. 145*

Discuţiile se vor încheia observînd că în dreapta figurii pe planşa 145* sînt scrise prescurtat operaţiile prin care s-a găsit rezultatul scăderii. Ele se vor scrie pe tablă şi în caiete, în ordinea indicată de săgeţi (acestea nu se vor desena, la urmă trecînd rezultatul la locul potrivit:

$$12 - \quad 10 + 2 -$$
$$\underline{7} \quad \rightarrow \quad \underline{7}$$
$$3 + 2 = 5$$

În acest mod se va obţine scris:

$$\begin{array}{ll} 12 - & 10 + 2 - \\ \underline{7} & \underline{7} \\ 5 & 3 + 2 = 5 \end{array}$$

Se vor efectua $11 - 4 =$; $14 - 7 =$; $15 - 8 =$ exclusiv prin acest calcul.

Acest mod de scriere va fi folosit ca etapă de trecere către calcularea diferenţei, gîndind: 7 din 10 fac 3; 3 plus 2 fac 5, sugerată şi de scrierile:

$$\begin{array}{|l|} \hline \\ 12 - \\ \underline{7} \\ 5 \end{array} \qquad \text{sau} \qquad \begin{array}{l} 12 - \\ \underline{7} \\ 5 \end{array}$$

prin intermediul cărora se va ajunge treptat la formarea automatismului de găsire directă a diferenţei $12 - 7 = 5$ (lucru ce se va urmări şi la adunarea cu trecere peste zece).

b) *Activităţi desfăşurate cu elevii, cu folosirea manualului*

Elevii vor explica ceea ce redau figurile din manual existente la tema respectivă, şi scrierile alăturate fiecăreia.

Se vor citi (de către elevi) și explica exemplele date în manual. Scrierile:

$$\begin{array}{r} 15- \\ \hline 6 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15- \\ \hline 6 \\ \hline 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15- \\ \hline 6 \\ \hline 9 \end{array}$$

arată că 6 se scade din 10, diferența obținută, 4, se adună cu 5, obținînd rezultatul final 9.

În clasă se fac exercițiile și problemele: 1,2,3 și 4, primele două coloane; 5; 6.

Pentru acasă se propun: 1,2,3 și 4, restul exercițiilor; 7; 8; 9; 10. Ele se vor discuta amănunțit în lecțiile următoare.

Indicații privind rezolvarea unora din exercițiile și problemele propuse la tema a 5-a.

Exercițiul 1

$17-8=$ $\quad \underline{17-8=} \quad$ sau $\quad \begin{array}{r} 17- \\ \hline 8 \\ \hline 9 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 10+7- \\ \hline 8 \\ \hline 2+7=9 \end{array}$

$\underline{10-8=2}$

$2+7=9$

deci: $17-8=9$

Etc.

Problemele 5, 6 și 7

Se va folosi limbajul mulțimilor. De exemplu, pentru problema 5: mulțimea florilor din vază are 16 elemente. În această mulțime există o submulțime formată din toate garoafele din vază, care are 9 elemente. Restul florilor din vază formează mulțimea diferență dintre mulțimea florilor din vază și mulțimea garoafelor din vază. Numărul elementelor mulțimii diferență se află prin scăderea:

$$16-9=$$

Se poate folosi figura 153.

Pentru problema 7 se poate folosi o figură asemănătoare cu figura 92.

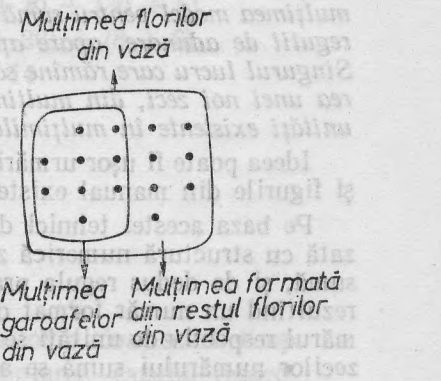


Fig. 153

Exercițiile 9 și 10

Se fac după modelul exercițiului 8 de la tema a 7-a, capitolul 4, partea I. Se obține pentru:

$5+a<12$; $\quad 14-a>8$; $\quad a-7<8$

respectiv:

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; $\{7, 8, 9, \ldots, 13, 14\}$

și pentru:

$5+a\leqslant 12$; $\quad 14-a\geqslant 8$; $\quad a-7\leqslant 8$

respectiv:

$\{0, 1, 2, \ldots, 6, 7\}$; $\{0, 1, 2, \ldots, 5, 6\}$; $\{7, 8, \ldots, 14, 15\}$.

Capitolul 2

ADUNAREA ŞI SCĂDEREA CU TRECERE PESTE ORDIN A NUMERELOR NATURALE PÎNĂ LA O SUTĂ

A. SCURTE OBSERVAŢII ASUPRA CONŢINUTULUI

1. OBIECTIVELE PREVĂZUTE DE PROGRAMA ŞCOLARĂ

Folosind cunoştinţele despre mulţimi şi alegînd mulţimi cu elemente zeci şi unităţi în mod potrivit, se vor face adunări şi scăderi pînă la 100 cu trecere peste ordin, ajungîndu-se la automatisme de calcul şi la tehnica de calcul în scris, cu aşezarea numerelor unele sub altele.

Trecînd de la operaţii cu mulţimi, la operaţii cu numere, pentru a uşura urmărirea ideilor se vor folosi în scriere parantezele rotunde.

Se vor rezolva exerciţii de tipul: $9 + a = 16$; $13 - a = 8$; $a - 15 = 12$, scriind soluţiile sub forma $a = 16 - 9$; $a = 13 - 8$; $a = 12 + 15$.

Exerciţii şi probleme de adunare şi scădere pînă la 100 cu trecere peste ordin, făcîndu-se şi probele acestor operaţii. De asemenea, se vor rezolva exerciţii de forma: $5 + a < 15$; $17 + a < 25$; $35 - a > 24$; $21 - a \geqslant 15$; $a + 13 \leqslant 19$.

2. CUNOŞTINŢE ŞI DEPRINDERI CU CARE TREBUIE SĂ RĂMÎNĂ ELEVII

La adunare, să cunoască avantajul pentru găsirea sumei, a alegerii unor mulţimi model pentru termeni, avînd structuri numerice zecimale. În acest mod, mulţimea model pentru sumă găsită prin formarea reuniunii cerute de aplicarea regulii de adunare, apare aproape organizată cu structură numerică zecimală. Singurul lucru care rămîne să se mai facă după formarea reuniunii este separarea unei noi zeci, din mulţimea obţinută prin reunirea celor două mulţimi de unităţi existente în mulţimile model ale termenilor.

Ideea poate fi uşor urmărită privind figurile existente în manual la tema 1 şi figurile din manual existente la tema a 2-a.

Pe baza acestei tehnici de găsire a mulţimii model pentru sumă, organizată cu structură numerică zecimală, devine comod a numi şi scrie numărul sumă, şi de dedus regula practică de adunare. Se adună unităţile între ele, rezultînd un număr format dintr-o zece şi un anumit număr de unităţi. Numărul respectiv de unităţi se scrie la locul unităţilor din numărul sumă. Cifra zecilor numărului sumă se află adunînd 1 zece rezultată din adunarea unităţilor, cu numerele de zeci existente la fiecare termen.

La scădere, utilizarea unor mulţimi model pentru descăzut organizate cu structuri numerice zecimale face firească alegerea mulţimii model pentru scăzător tot cu structură numerică zecimală. Alegerea respectivă se va face astfel (nu este singura posibilitate): *întrucît scăzătorul are mai multe unităţi decît descăzutul, nu putem separa, din mulţimea unităţilor de la mulţimea model a descăzutului, atîtea unităţi cîte sînt la scăzător, şi, în consecinţă, le vom separa din una din zecile mulţimii model a descăzutului; din mulţimea zecilor rămase în mulţimea model a descăzutului se separă atîtea zeci cîte sînt la scăzător; mulţi-*

mea diferență rămîne gata organiaztă cu structură numerică zecimală. așa cum se vede în figurile din manual la temele a 3-a și a 4-a.

Aceasta face să putem numi și scrie comod numărul diferență și să deducem regula practică de calcul la scădere: se scad unitățile scăzătorului dintr-o zece a descăzutului; unitățile rămase din zecea respectivă se adună cu unitățile descăzutului și obținem cifra unităților din numărul diferență; cifra zecilor numărului diferență se obține scăzînd zecile scăzătorului din cele rămase la descăzut (după luarea de aici a zecii menționate anterior).

B. INDICAȚII METODICE PENTRU PREDAREA TEMELOR DIN CAPITOLUL 2

(Număr de ore, orientativ = 18)

Pe baza textului din manual, lecțiile vor putea fi construite după o tehnologie didactică asemănătoare cu cea folosită pînă acum, mai ales începînd de la Capitolul 4, partea I, ținînd seama și de următoarele recomandări:

— Ca material didactic principal se vor folosi: trusele pentru predarea adunării și scăderii numerelor naturale; planșe cu figurile din manual de la temele 1, 2, 3 și 4; pungi de plastic conținînd circa 100 de bețișoare (chibrituri sau scobitori pentru elevi).

— Ca muncă independentă, după ce învățătorul prin discuții cu elevii a clarificat ideile, se vor aplica definițiile cu mulțimi ale adunării și scăderii, folosind ca mulțimi model pentru termeni, mulțimi de bețișoare din pungă, organizate cu structuri numerice zecimale prin legarea a cîte 10 bețișoare. Etapele sînt sugerate, respectiv, de figurile din manual existente la temele 1, 2, 3 și 4. Pe baza acestor etape se va deduce calculul:

$$\begin{aligned} 27 + 5 &= (20 + 7) + 5 \\ &= 20 + (7 + 5) \\ &= 20 + 12 \\ &= 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 28 + 36 &= (20 + 8) + (30 + 6) \\ &= (20 + 30) + (8 + 6) \\ &= 50 + 14 \\ &= 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 42 - 7 &= (30 + 10 + 2) - 7 \\ &= 30 + (10 - 7) + 2 \\ &= 30 + 3 + 2 \\ &= 30 + 5 \\ &= 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 82 - 37 &= (70 + 10 + 2) - (30 + 7) \\ &= (70 - 30) + (10 - 7) + 2 \\ &= 40 + 3 + 2 \\ &= 40 + 5 \\ &= 45 \end{aligned}$$

care se va folosi doar scurt timp după prezentarea cazului respectiv, și în continuare numai la calculul oral.

— După demonstrația făcută de învățător cu trusa sa, elevii vor face singuri, folosind trusa învățătorului, operații asemănătoare celor explicate în manual pe figurile existente la temele 1, 2, 3 și 4, deducîndu-se regulile de calcul corespunzătoare.

— Ca etapă intermediară lucrului cu mulțimile model formate pe panourile trusei, și aceea a aplicării exclusive a regulilor obișnuite de calcul, se vor folosi scrieri de forma:

$$\begin{array}{l} 27 + \\ \underline{5} \\ ? \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 20 + 7 \\ \underline{\quad + 5} \\ 20 + 12 = 32 \end{array} \qquad \left[\begin{array}{l} \overline{11} \\ 27 + \\ \underline{5} \\ 32 \end{array}\right. \qquad \begin{array}{l} 27 + \\ \underline{5} \\ 32 \end{array}$$

introduse treptat, în această ordine, care favorizează automatizarea calculului și păstrarea în final a tehnicii obișnuite.

Primul mod de scriere de mai sus, pentru situațiile de la temele 2, 3 și 4 va putea arăta astfel:

$$\begin{array}{l} 28 + \\ \underline{36} \\ ? \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 20 + 8 \\ \underline{30 + 6} \\ 50 + 14 = 64 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 42 - \\ \underline{7} \\ ? \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 30 + 10 + 2 \\ \underline{\quad\quad 7} \\ 30 + 3 + 2 = 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 82 - \\ \underline{37} \\ ? \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 70 + 10 + 2 \\ \underline{30 + 7} \\ 40 + 3 + 2 = 45 \end{array}$$

Indicații privind rezolvarea unora din exercițiile și problemele propuse la Capitolul 2

Exercițiul 5 (tema a 3-a)

Pentru: $a + 2 = 31$; $8 + a = 75$; $a - 9 = 43$; $67 - a = 8$ avem, respectiv: $a = 29$; $a = 67$; $a = 52$; $a = 59$.

Pentru: $a + 9 < 21$ găsim prin încercări:

$$\{0, 1, 2, \ldots, 10, 11\}.$$

Pentru: $30 < a + 5 < 38$ căutăm întîi, prin încercări, mulțimea numerelor naturale a care fac adevărată $30 < a + 5$. Se găsește $B = \{26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, \ldots\}$.

Căutăm acum mulțimea numerelor naturale a care fac adevărată $a + 5 < 38$. Prin încercări, găsim:

$$C = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32\}.$$

Mulțimea numerelor naturale a, pentru care sînt îndeplinite amîndouă condițiile cerute, va fi alcătuită din toate numerele naturale ce aparțin și mulțimii B și mulțimii C, adică este intersecția celor două mulțimi B și C:

$$\{26, 27, 28, 29, 30, 31, 32\}.$$

Exercițiul $42 < a - 8 < 53$.

Pentru $42 < a - 8$ se găsește mulțimea $D = \{51, 52, 53, 54 \ldots\}$. Pentru $a - 8 < 53$ se găsește mulțimea $E = \{8, 9, 10, \ldots, 57, 58, 59, 60\}$. Scrierea $42 < a - 8 < 53$ va fi făcută adevărată de orice număr natural a care aparține și la D și la E, deci intersecției lor: $\{51, 52, \ldots, 58, 59, 60\}$.

Asemănător se rezolvă $20 < a - 7 < 25$.

Exercițiul 3 (tema a 4-a).

Prin încercări, se găsește pentru:

$17 + a < 25$; $21 - a \geqslant 15$; $a + 48 \leqslant 51$

respectiv:

{0, 1, 2, ..., 6, 7}; {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,};

{0, 1, 2, 3}.

Problema 12 (tema a 4-a).

Soluțiile rezultă din figura 154 în care se reprezintă întîi cele 5 elemente din intersecție:

a) $12 - 5 = 7$; b) $13 - 5 = 8$; c) $7 + 8 + 5 = 20$

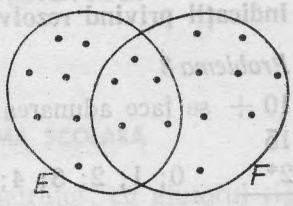


Fig. 154

Problema 13 (tema a 4-a).

a) $72 - 58 = 14$; b) 58; c) 72.

Capitolul 3

ADUNAREA MAI MULTOR NUMERE NATURALE

A. SCURTE OBSERVAȚII ASUPRA CONȚINUTULUI

1. OBIECTIVELE PREVĂZUTE DE PROGRAMA ȘCOLARĂ

Adunarea mai multor numere naturale.

2. CUNOȘTINȚE ȘI DEPRINDERI CU CARE TREBUIE SĂ RĂMÎNĂ ELEVII

Să cunoască posibilitatea adunării mai multor numere naturale prin adunarea a cîte două numere (aplicînd deci asociativitatea adunării), eventual schimbînd mai întîi convenabil ordinea termenilor (în baza comutativității adunării).

Să cunoască regula practică: se adună unitățile între ele și zecile între ele. Este comod în acest scop să se scrie numerele unele sub altele, unități sub unități și zeci sub zeci.

Dacă adunînd unitățile obținem un număr format din zeci și unități, unitățile respective dau cifra unităților de la rezultat, zecile adunîndu-se împreună cu zecile ce se găsesc la termeni.

B. INDICAȚII METODICE PENTRU PREDAREA TEMELOR DIN CAPITOLUL 3

(Număr de ore, orientativ = 4)

Învățătorul își poate construi cu ușurință lecțiile din acest capitol, pe baza textului din manual, la care va adopta tehnologia didactică folosită la lecțiile anterioare.

Ca material didactic este suficientă trusa învățătorului pentru predarea operațiilor cu numere naturale, din care se vor folosi panourile conținînd cele două figuri existente în manual la capitolul respectiv. Aceste figuri vor fi prezentate și sub formă de planșe, pe care se va urmări, la fixare, deducerea regulilor de calcul.

Manualul va fi folosit, de asemenea, pentru fixarea ideilor, elevii trebuind să explice tehnicile de lucru scrise și să spună ceea ce redau figurile.

Indicații privind rezolvarea unora din problemele propuse la Capitolul 3

Problema 3

10 + se face adunarea înlocuind, pe rînd,* cu una din cifrele:
15
2* 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

Problema 6

Figura 155.

$$32 + 18 + 28 = 78.$$

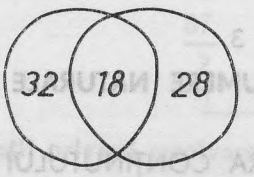


Fig. 155

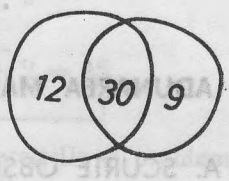


Fig. 156

Problema 7

Figura 156.

$$12 + 30 + 9 = 51; \quad 12 + 30 = 42; \quad 30 + 9 = 39.$$

III. NOȚIUNI DE GEOMETRIE (8 ore)

SCURTE OBSERVAȚII ASUPRA CONȚINUTULUI

1. OBIECTIVELE PREVĂZUTE DE PROGRAMA ȘCOLARĂ

Cunoașterea intuitivă a centimetrului și milimetrului, cu ajutorul riglei gradate, fără transformări. Măsurarea lungimii unor segmente sau construirea unor segmente de lungime dată.

Elemente intuitive de geometrie. Linii drepte, frînte, curbe; linii închise și deschise; interiorul și exteriorul unei linii închise (intuitiv). Măsurarea lungimilor unor linii frînte date. Noțiunea de perimetru (intuitiv), pe baza figurilor plane cunoscute. Calculul perimetrului unor figuri date. Noțiunile de lungime, lățime, înălțime, intuitiv, pe baza corpurilor geometrice cunoscute în clasa I. Folosirea riglei gradate.

2. CUNOȘTINȚE ȘI DEPRINDERI CU CARE TREBUIE SĂ RĂMÎNĂ ELEVII

Cunoștințele și deprinderile prevăzute mai sus, formate pe cale intuitivă, fără a se cere definiții riguroase și verbalizări obositoare.

IV. NUMERELE NATURALE PÎNĂ LA O MIE

Capitolul 1

NUMIREA, SCRIEREA ŞI CITIREA

A. SCURTE OBSERVAŢII ASUPRA CONŢINUTULUI

1. OBIECTIVELE PREVĂZUTE DE PROGRAMA ŞCOLARĂ

Cu mulţimi ce au între 100 şi 1 000 elemente, se fac exerciţii practice de separare de submulţimi disjuncte a cîte 10 elemente. Se consideră mulţimea avînd ca elemente toate zecile obţinute şi i se aplică acelaşi procedeu, numind fiecare mulţime de 10 zeci, o sută. Se obţine astfel o mulţime cu elementele sute şi o mulţime cu mai puţin de 10 zeci (deci cu elementele zeci), din mulţimea zecilor. Se formează trei mulţimi din mulţimea iniţială: a sutelor, a zecilor şi a unităţilor. Sutele sînt numite unităţi de ordinul al treilea.

Se numeşte numărul elementelor mulţimii iniţiale, enunţînd cîte sute, cîte zeci şi cîte unităţi sînt în fiecare din cele trei mulţimi formate după procedeul de mai sus. Scrierea de forma 374. Cazurile de forma 407; 630; 300.

Sublinierea faptului că fiecare mulţime ce formează o unitate de un anumit ordin este formată din zece elemente ce sînt mulţimi reprezentînd un ordin imediat mai mic, cu excepţia unităţilor de ordinul unu.

Numerele de la 100 la 200 în ordine crescătoare. Numărarea de la 100 la 200. Numărarea din zece în zece de la 100 la 200 în ordine crescătoare şi descrescătoare. Analog se va proceda cu celelalte numere din sută în sută, pînă la 1 000, nu insistîndu-se asupra enunţării tuturor numerelor, ci asupra principiului formării, numirii şi scrierii lor. Numărarea din sută în sută pînă la 1 000, în ordine crescătoare şi descrescătoare.

2. CUNOŞTINŢE ŞI DEPRINDERI CU CARE TREBUIE SĂ RĂMÎNĂ ELEVII

Ideea organizării ca structură numerică zecimală a unei mulţimi avînd numărul elementelor între o sută şi o mie.

Folosirea structurii numerice zecimale pentru numirea şi scrierea numerelor de la o sută la o mie. Unităţile de ordinul unu, doi şi trei şi locul lor în scrierea numărului. *Figura numerică corespunzătoare unui număr scris cu trei cifre, ca mulţime model pentru acel număr.*

Cum putem obţine toate numerele naturale de la o sută la o mie, în ordine crescătoare. Reguli pentru compararea acestor numere.

B. INDICAȚII METODICE PENTRU PREDAREA TEMELOR DIN CAPITOLUL 1

(Număr de ore, orientativ = 7)

Pentru predarea temelor din acest capitol se va folosi o tehnologie didactică asemănătoare cu cea de la capitolul 3, „Numerele naturale pînă la o sută", bineînțeles, adaptată noilor cerințe. Aceste cerințe decurg limpede din conținutul manualului la capitolul respectiv.

Ca exemple de mulțimi cu peste o sută de elemente și de organizare a acestora cu structură numerică zecimală, se vor folosi mulțimi de bețișoare, adecvate demonstrațiilor făcute de învățător. Ele pot fi aduse gata legate în mănunchiuri de cîte zece, și încă cîteva bețișoare. Legarea zecilor în mănunchiuri de cîte o sută trebuie să aibă loc în fața elevilor. Sutele, zecile și unitățile vor fi apoi puse pe un panou, prevăzut din timp cu cuișoarele necesare și pe care sînt trasate linii, obținîndu-se aspectul din figura 157.

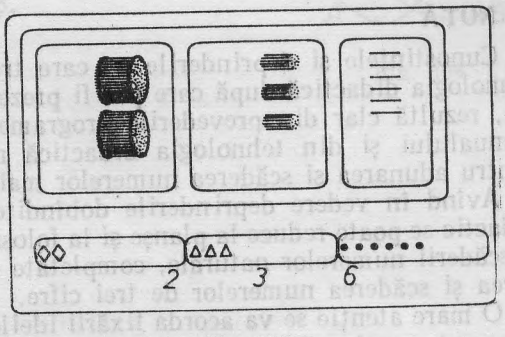


Fig. 157

În figura numerică din partea de jos a panoului sutele sînt indicate prin pătrate roșii, zecile prin triunghiuri albastre și unitățile prin discuri negre (în figura 157 reprezentate prin puncte).

În funcție de condițiile concrete ale clasei, se va aprecia dacă este sau nu necesar a cere elevilor să aducă pungă cu bețișoare pregătită în mănunchiuri de cîte zece, așa cum s-a recomandat pentru învățător, și să se execute ca muncă independentă în bănci, organizarea unei mulțimi cu peste o sută de elemente, cu structură numerică zecimală.

Se va acorda toată atenția intuirii figurilor din manual, pentru perceperea vizuală a zecii, sutei și miei, comparativ una cu alta. Elevii vor explica ceea ce redau figurile din manual, insistîndu-se asupra cazurilor cînd lipsesc unități de un anumit ordin.

Se va observa că scrierea sutei are loc după procedeul folosit pentru scrierea numerelor mai mari decît o sută.

Capitolul 2

ADUNAREA ȘI SCĂDEREA NUMERELOR NATURALE PÎNĂ LA O MIE FĂRĂ TRECERE PESTE ORDIN (20 ore)

1. OBIECTIVELE PREVĂZUTE DE PROGRAMA ȘCOLARĂ

Apelînd la definițiile adunării și scăderii numerelor naturale cu ajutorul reuniunii mulțimilor disjuncte și diferenței dintre o mulțime și o submulțime a sa, folosind mulțimi model organizate cu structuri numerice zecimale și

convenţiile de numire şi scriere a numerelor naturale în sistemul zecimal, se fac adunări şi scăderi pînă la o mie, fără trecere peste ordin.

Se va ajunge la automatisme de calcul şi la tehnica de calcul în scris, cu scrierea numerelor unele sub altele.

Subliniind din nou legătura dintre adunare şi scădere pe baza legăturii dintre reuniune şi submulţimile disjuncte care o formează, se face proba adunării prin scădere şi a scăderii prin adunare şi prin scădere.

Adunarea mai multor numere naturale, fără trecere peste ordin, cînd suma nu depăşeşte o mie.

Exerciţii de tipul: $a + 600 = 724$; $945 - a = 800$, soluţiile scriindu-le sub forma $a = 724 - 600$; $a = 945 - 800$; etc.

Exerciţii şi probleme, nu prea complicate (probleme cu cel mult două operaţii).

NOTĂ

Cunoştinţele şi deprinderile cu care trebuie să rămînă elevii, precum şi tehnologia didactică după care pot fi prezentate în clasă temele acestui capitol, rezultă clar din prevederile programei expuse mai sus, din conţinutul manualului şi din tehnologia didactică recomandată în acest îndrumător, pentru adunarea şi scăderea numerelor mai mici decît o sută.

Avînd în vedere deprinderile dobîndite pînă acum de elevi, materialul didactic se poate reduce la planşe şi la folosirea trusei pentru studiul adunării şi scăderii numerelor naturale, completate cu cele necesare utilizării la adunarea şi scăderea numerelor de trei cifre.

O mare atenţie se va acorda fixării ideilor în partea finală a lecţiilor, prin interpretarea de către elevi a ceea ce redau figurile din manual, deducerii regulilor de calcul, interpretării diverselor modalităţi de scriere folosite.

Ca mulţimi model pentru efectuarea operaţiilor se vor folosi figurile numerice, ceea ce se realizează comod datorită trusei, cu a cărei mînuire elevii sînt deja familiarizaţi pentru numerele de două cifre. La nevoie, înaintea folosirii trusei pentru efectuarea operaţiilor ca:

$200 + 300$ (tema a 2-a); $500 - 200$ (tema a 3-a);
$325 + 461$ (tema a 4-a); $786 - 461$ (tema a 5-a);
$300 + 200 + 400$ şi $231 + 324 + 143$ (tema a 6-a),

se pot revedea după manual (sau chiar repeta calculul cu ajutorul trusei învăţătorului), operaţiile:

$20 + 30$ (tema 1, capitolul 4, partea I); $50 - 20$ (tema a 2-a, capitolul 4, partea I); $32 + 46$ (tema a 6-a, capitolul 4, partea I); $78 - 32$ (tema a 7-a, capitolul 4, partea I); $24 + 12 + 43$ (tema 1, capitolul 3, partea a 2-a).

Indicaţii privind rezolvarea unora din exerciţiile şi problemele propuse la capitolul 2

Exerciţiul 2 (tema 1 la sfîrşit).

$532 = 500 + 30 + 2$; $790 = 700 + 90$; $304 = 300 + 4$; $27 = 20 + 7$ etc.

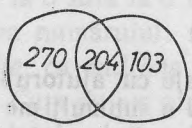


Fig. 158

Problema 8 (tema a 4-a, sub titlul „Exerciţii şi probleme").

$270 + 204 = 474$; $204 + 103 = 307$.

Problema 9 (idem).

$320 + 210 = 530$; $210 + 107 = 317$.

Problema 5 (tema a 5-a, sub titlul „Exerciții și probleme").

a) {50, 51, 52, ..., 58, 59}.

b) Se calculează pe rînd: 999 — 50 = ; 999 — 51 = ; 999 — 52 = etc.

Problema 7 (idem).

Prin încercări, se găsesc, respectiv:

{0, 1, 2, 3, 4}; {0, 1, 2, 3}; {201, 202, 203}.

Problema 10 (sub titlul „Exerciții și probleme" la sfîrșitul capitolului).

Figura 159.

$321 + 105 + 403 = 829;$

$321 + 105 = 426;$

$105 + 403 = 508.$

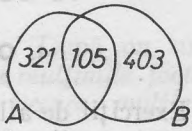


Fig. 159

V. ÎNMULȚIREA NUMERELOR NATURALE DE LA 0 LA 10

Capitolul 1

ÎNMULȚIREA NUMERELOR NATURALE FOLOSIND MULȚIMEA PRODUS

A. SCURTE OBSERVAȚII ASUPRA CONȚINUTULUI

1. OBIECTIVELE PREVĂZUTE DE PROGRAMA ȘCOLARĂ

Exerciții de aflare a mulțimii tuturor perechilor (ordonate) la care primul element aparține unei mulțimi date și al doilea aparține altei mulțimi date. Mulțimi factori, mulțime produs (cartezian). Notarea mulțimii produs și scrierea elementelor ei (numite și cupluri).

Legătura între numărul elementelor mulțimilor factori și cel al mulțimii produs. Definirea înmulțirii numerelor naturale folosind mulțimea produs. Factorii înmulțirii. Produsul. Exerciții de aflare a produsului.

Comutativitatea înmulțirii.

2. CUNOȘTINȚE ȘI DEPRINDERI CU CARE TREBUIE SĂ RĂMÎNĂ ELEVII[1]

Noțiunea de *cuplu sau pereche ordonată*, determină prin stabilirea unei corespondențe oarecare de la un element la un element. Dacă elementul de la care pleacă corespondența este notat cu a și cel la care sosește ea este notat cu b, atunci perechea ordonată care se formează este *notată* (a, b).

Reprezentarea grafică a perechii ordonate printr-o săgeată (fig. 160).

Observați că perechea ordonată (a, b) *diferă de* (b, a), deoarece ele nu au nici același element de plecare, nici același element de sosire (fig. 161).

Pentru mulțimile $A = \{c, d, f\}$ și $B = \{p, s\}$, figura 162 arată *toate perechile ordonate ce pot fi formate astfel încît fiecare din ele să aibă primul element din A și al doilea din B. Mulțimea de cupluri obținută se notează* $A \times B$ *și este numită mulțime produs (cartezian) al mulțimilor A și B.*

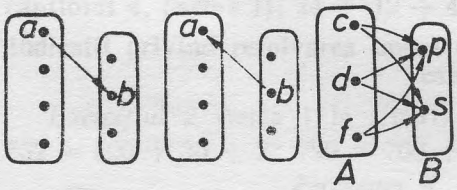


Fig. 160 Fig. 161 Fig. 162

S-au putut forma 6 cupluri de acest fel, indicate prin cele 6 săgeți:

$$A \times B = \{(c, p), (c, s), (d, p), (d, s), (f, p), (f, s)\}.$$

[1] În legătură cu înmulțirea, ca peste tot în carte, nu se va urmări ca elevii să reproducă fidel diversele propoziții formulate, ci să sesizeze faptul matematic conținut în ele, pe baza exemplelor ce se vor analiza.

Mulțimile A și B se numesc *mulțimi factori* pentru mulțimea $A \times B$.

Diagrama mulțimii $A \times B$ este dată în figura 163.

Un *procedeu mai sugestiv* pentru formarea mulțimii produs cartezian $A \times B$, dacă se dau mulțimile factori A și B, este arătat în figura 164, în care apar diagramele mulțimilor factori și diagrama mulțimii produs.

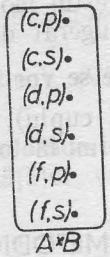


Fig. 163

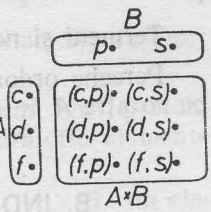


Fig. 164

Elevii vor deprinde utilizarea acestui procedeu. Ei vor face exerciții de aflare a numărului elementelor mulțimii produs, prin numărare. După un suficient număr de exerciții se va trage concluzia că, *înlocuind mulțimile factori cu altele, dar păstrînd nemodificat numărul elementelor din fiecare, mulțimea produs se schimbă, fără însă a-și modifica numărul elementelor.*

Aceasta arată că între numerele elementelor mulțimilor factori și numărul elementelor mulțimii produs există o legătură stabilă. *Regula de formare a mulțimii produs face să corespundă la un cuplu de numere naturale, reprezentînd numerele elementelor mulțimilor factori, un număr natural unic, reprezentînd numărul elementelor mulțimii produs.*

Dacă 3 și 2 sînt, respectiv, numerele elementelor mulțimilor factori, atunci numărul elementelor mulțimii produs se notează 3×2 și se găsește prin numărarea elementelor mulțimii produs (fig. 165).

Din cele de mai sus se deduce că, pentru a afla numărul elementelor mulțimii produs, cunoscînd numerele elementelor mulțimilor factori, nu are nici o importanță care anume sînt elementele acestor trei mulțimi. De aceea este convenabil a folosi în acest scop *procedeul simplificat ilustrat în figura 166.*

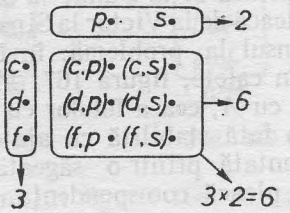


Fig. 165

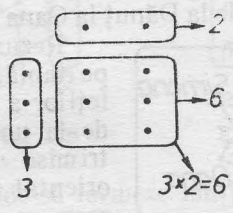


Fig. 166

Această figură are aceeași semnificație ca cea anterioară, dar nu au mai fost notate elementele reprezentate de fiecare punct, acest lucru neavînd nici o importanță în scopul urmărit de noi.

Pe baza cunoștințelor de mai sus se introduce *operația de înmulțire a numerelor naturale* conform regulii date în manual la partea a 5-a, capitolul 1, tema a 2-a punctul (c), regulă al cărei enunț va trebui cunoscut de elevi.

Aplicarea regulii se va face luînd mulțimi model oarecare pentru factorii înmulțirii, notînd elementele acestora prin litere, scriind mulțimea produs și numărînd elementele ei. Pentru scrierea mulțimii produs se va folosi aranjamentul sugerat în figura 165.

După cunoașterea acestui mod de aplicare a regulii, va fi folosit mai ales procedeul simplificat sugerat de figura 166.

Termeni și notații ce se vor folosi

Pereche ordonată (și cuplu), cu notații de felul (a, b). Mulțime produs, cu notația $A \times B$. Mulțimi factori. Înmulțire, factori, produs.

B. INDICAȚII METODICE PENTRU PREDAREA TEMELOR DIN CAPITOLUL 1

(Număr de ore, orientativ = 5)

TEMA 1: PERECHE ORDONATĂ, MULȚIMI FACTORI, MULȚIME PRODUS

Scop. Cunoașterea noțiunilor conținute în titlul temei. Formarea mulțimii produs, cînd se cunosc mulțimile factori. Constatarea că schimbarea mulțimilor factori cu păstrarea numărului elementelor fiecăreia duce la modificarea mulțimii produs, fără modificarea numărului elementelor sale.

Recomandări metodice pentru predarea temei

a) *Activități desfășurate cu elevii, fără folosirea manualului*

Lecția poate începe cu o problemă de felul următor:

Simona, Oana, Dănuț, Victor și Nicu sînt colegi de clasă și prieteni buni. Băieții, plecînd într-o tabără sportivă, s-au înțeles ca fiecare să trimită cîte o vedere celor două prietene ale lor. Să se spună pentru toate vederile trimise, de la ce băiat pleacă și la ce fată sosește.

Se obțin răspunsuri de felul: O vedere pleacă de la Dănuț la Simona; o vedere pleacă de la Dănuț la Oana; o vedere pleacă de la Victor la Simona; ș.a.m.d.

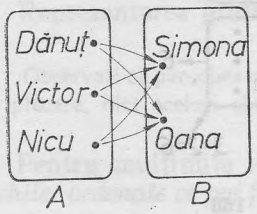


Fig. 167

Rezumînd răspunsul la problemă, învățătorul face pe tablă, și elevii în caiete, figura 167. Mulțimea băieților a fost notată cu A, cea a fetelor cu B, legătura de la un băiat la o fată stabilită cu ajutorul vederii trimise este reprezentată printr-o săgeată cu sensul orientat de la cine pleacă corespondența, la cine sosește ea.

Se atrage atenția elevilor că fiecare corespondență de la un element (băiat) la alt element (fată) stabilită în acest mod determină o pereche de elemente formată din elementul de plecare și cel de sosire în acea corespondență, pe care o putem scrie sub forma

(Dănuț, Simona).

Astfel de perechi sînt numite *perechi ordonate*, deoarece elementele lor sînt luate totdeauna în această ordine: primul este elementul de plecare, al doilea este elementul de sosire în corespondența de la un element la un element care determină acea pereche ordonată.

Din figura 167 se deduce ușor mulțimea tuturor perechilor ordonate ce pot fi formate astfel încît fiecare să aibă primul element din A și al doilea

din B, mulțime pe care o notăm $A \times B$ și o numim *mulțime produs (cartezian)* pentru mulțimile A și B:

$A \times B = \{$(Dănuț, Simona), (Dănuț, Oana), (Victor, Simona), (Victor, Oana), (Nicu, Simona), (Nicu, Oana)$\}$.

Se va atrage atenția elevilor că elementele acestei mulțimi sînt perechi ordonate (sau cupluri). Ei, îndrumați de învățător, vor număra cîte elemente are mulțimea $A \times B$, găsind 6 elemente.

Elevii vor fi puși să spună, pe rînd, elementele mulțimii $A \times B$: un element al mulțimii $A \times B$ este perechea ordonată (Dănuț, Simona); un alt element al mulțimii $A \times B$ este perechea ordonată (Dănuț, Oana) etc.

Pentru a ușura vorbirea și scrierea, vom nota fiecare copil care formează mulțimile A și B cu litera inițială a prenumelui său[1], învățătorul scriind pe tablă și elevii în caiete:

$$A = \{d, v, n\} \quad ; \quad B = \{s, o\};$$

$$A \times B = \{(d, s), (d, o), (v, s), (v, o), (n, s), (n, o)\}.$$

Se va executa figura 168, ca model simplificat pentru figura 167.

Mulțimile A și B vor fi numite *mulțimi factori* pentru mulțimea produs $A \times B$.

Se va arăta elevilor că pentru mulțimea produs $A \times B$ se poate face o diagramă ca pentru orice mulțime, cum se vede în figura 169, unde fiecare cuplu este reprezentat printr-un punct.

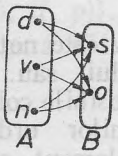


Fig. 168

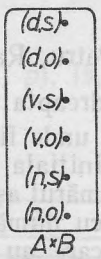


Fig. 169

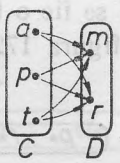


Fig. 170

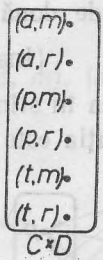


Fig. 171

După modelul figurii 168, se va cere elevilor să formeze mulțimea produs $C \times D$, dacă mulțimile factori sînt mulțimile de litere:

$$C = \{a, p, t\} \quad ; \qquad D = \{m, r\}.$$

Se obține figura 170. Se scriu elementele mulțimii $C \times D$:

$$C \times D = \{(a, m), (a, r), (p, m), (p, r), (t, m), (t, r)\}.$$

Se face diagrama mulțimii $C \times D$ ca în figura 171.

Elevii sînt conduși să observe că: în primul exemplu mulțimile factori au fost A și B, avînd respectiv 3 și 2 elemente, iar mulțimea produs $A \times B$ a avut 6 elemente; în al doilea exemplu mulțimile factori sînt C și D, dar au, respectiv, tot 3 și 2 elemente. Mulțimea produs $C \times D$ diferă de $A \times B$,

[1] Se va folosi prilejul pentru a preciza că elementele mulțimii se notează obșnuit cu litere mici, în timp ce mulțimea se notează cu literă mare.

dar are tot 6 elemente ca și $A \times B$. Li se spune elevilor că *înlocuind mulțimile factori cu altele, dar păstrînd numărul elementelor fiecăreia, mulțimea produs se înlocuiește cu alta, fără a-și modifica numărul elementelor*, lucru ce se va constata și în exercițiul următor:

Pentru fiecare pereche de mulțimi:

$$E = \{a, b, c\} \text{ și } F = \{m, p, s, t\}; \quad M = \{d, r, f\} \text{ și } R = \{i, g, o, u\}$$

se va forma mulțimea produs folosind diagramele mulțimilor factori și reprezentarea perechilor ordonate prin săgeți, apoi scriind mulțimea tuturor perechilor ordonate din care este alcătuită mulțimea produs. Se vor face, la urmă, diagramele fiecăreia din mulțimile produs.

De fiecare dată, prin numărare, se va spune cîte elemente are fiecare din mulțimile factori și cîte elemente are mulțimea produs, observîndu-se că, păstrînd numărul elementelor mulțimilor factori, se păstrează și numărul elementelor mulțimii produs.

Se vor relua toate exemplele de formare a mulțimii produs care s-au analizat pînă acum și se va forma din nou mulțimea produs, dar folosind aranjamentul sugerat de figura 164, ilustrat pentru primul exemplu de învățător, apoi vor lucra elevii, îndrumați de învățător.

Muncă independentă

Se cere elevilor ca, folosind modul de formare a mulțimii produs sugerat de figura 162 sau 164, să determine toate modurile în care se pot așeza într-o bancă de două locuri elevii

{Ina, Ana, Mona, Dana} și {Petru, Radu, Costică}

astfel ca în stînga băncii se fie o fată și în dreapta un băiat.

Soluția este dată de figura 172 sau 173, unde fiecare elev este notat cu inițiala prenumelui său. Numărul așezărilor posibile coincide cu numărul perechilor ordonate care au primul element o fată și al doilea un băiat, din mulțimile date mai sus.

Figurile 172 și 173 vor fi desenate apoi pe tablă, sub îndrumarea învățătorului, pentru corectarea lucrului independent al copiilor.

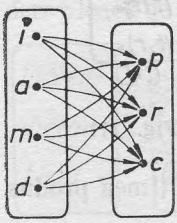


Fig. 172

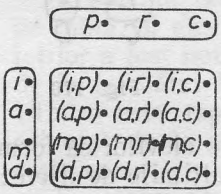


Fig. 173

b) *Activități desfășurate cu elevii, cu folosirea manualului*

Se deschid cărțile la partea a 5-a, capitolul 1, tema 1: „Pereche ordonată. Mulțimi factori, mulțime produs".

Se privesc ilustrațiile, cerînd copiilor să spună ce conțin ele. Apoi învățătorul citește, elevii urmărind pe cărți, exemplul (a). Se propune să se închidă cărțile și să se încerce rezolvarea problemei citite, fiecare copil lucrînd singur, pe caietul său. După răgazul necesar în acest scop, se cer cîteva din răspunsurile obținute de elevi, care sînt scrise pe tablă de învățător, fără

comentarii. Apoi se deschid iarăşi cărţile şi se citeşte textul pînă la exemplul (b).

Se apreciază soluţiile scrise pe tablă şi alte rezultate scrise de elevi în caiete.

Se citeşte în continuare exemplul (b), explicîndu-se soluţia conţinută în figura din manual.

Cele două probleme din manual se propun ca temă pentru acasă.

Indicaţii privind rezolvarea unora din problemele propuse la tema 1.

Problema 1

c) $A \times B = \{(b, o), (c, o)\}$, figura 172*.

Problema 2

Figura 173*.

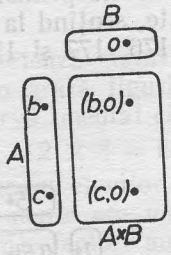


Fig. 172*

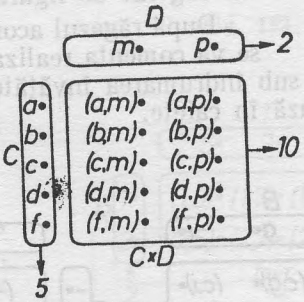


Fig. 173*

$C \times D = \{(a, m), (a, p), (b, m), (b, p), (c, m), (c, p), (d, m), (d, p), (f, m), (f, p)\}$.

Figura 174.

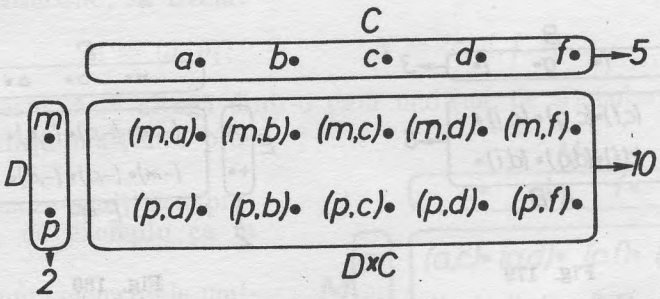


Fig. 174

$D \times C = \{(m, a), (p, a), (m, b), (p, b), (m, c), (p, c), (m, d), (p, d), (m, f), (p, f)\}$.

TEMA A 2-A: INMULŢIREA NUMERELOR NATURALE CU AJUTORUL MULŢIMII PRODUS

Scop: Cunoaşterea înmulţirii numerelor naturale folosind mulţimi model pentru factori, formînd mulţimea produs şi numărînd elementele acesteia.

a) *Activităţi desfăşurate cu elevii, fără folosirea manualului*

Studiul temei poate începe cerînd elevilor să formeze mulţimea produs pentru perechi de mulţimi date, cum ar fi:

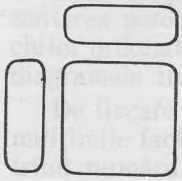


Fig. 175

$A = \{c, d\}$ şi $B = \{f, g, i\}$;

$E = \{-, +\}$ şi $P = \{*, O, \Delta\}$;

$R = \{1, 2\}$ şi $T = \{5, 7, 8\}$,

folosind diagramele lor şi ale mulţimii produs, după modelul sugerat de figura 175.

După răgazul acordat pentru lucrul independent în bănci, se va comenta realizarea sarcinii date, scoţînd la tablă elevi care execută sub îndrumarea învăţătorului figurile 176, 177 şi 178. Ceilalţi elevi corectează în caiete.

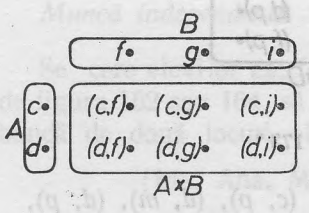


Fig. 176

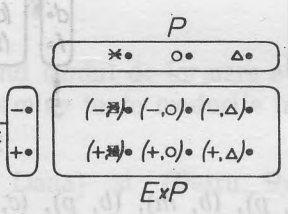


Fig. 177

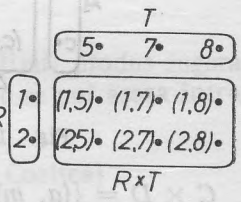


Fig. 178

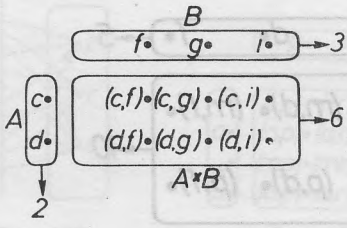


Fig. 179

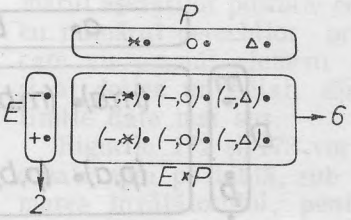


Fig. 180

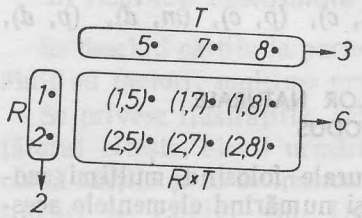


Fig. 181

Se cere apoi să se spună, în fiecare caz, numărul elementelor mulţimilor factori şi numărul elementelor mulţimii produs. Acestea se vor afla prin numărare, completîndu-se pe tablă şi în caiete figurile 176, 177 şi 178, aşa cum arată figurile 179, 180 şi 181.

Observînd ultimele trei figuri se va constata că la aceleaşi numere de elemente pentru mulţimile factori, în cazul

nostru 2 și 3, se obține totdeauna același număr de elemente pentru mulțimea produs, în cazul nostru 6.

Pentru a pune în evidență faptul observat mai sus, vom scrie numărul elementelor mulțimii produs, cînd cunoaștem pe 2 și 3, numerele elementelor mulțimilor factori, sub forma 2×3 (citit „2 ori 3“).

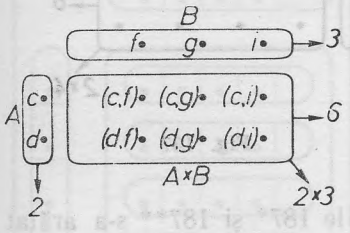


Fig. 182

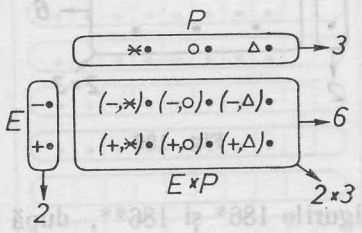


Fig. 183

Se completează figurile 179, 180 și 181 așa cum arată figurile 182, 183 și 184. Se observă imediat că avem:

$$2 \times 3 = 6$$

Punem acum elevilor problema de a afla cîte elemente are mulțimea produs, dacă mulțimile factori au 2, și respectiv 4 elemente. Numărul căutat îl putem nota 2×4. Pentru a afla care este acest număr ei vor fi îndrumați să observe că este necesar:

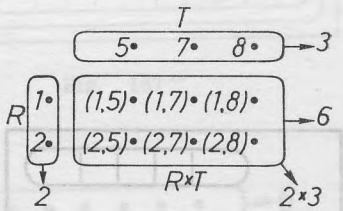


Fig. 184

1° Să aleagă două mulțimi model, una cu 2 și una cu 4 elemente, pe care să le noteze simbolic, să zicem:

$$M = \{a, b\}; \qquad N = \{c, d, f, i\}$$

(mai comod este să se aleagă dintr-o dată mulțimi de simboluri, pentru a scrie cu ușurință mulțimea produs).

2° Să formeze mulțimea produs $M \times N$, de exemplu ca în figura 185.

3° Să numere elementele mulțimii produs. Vor găsi:

$$2 \times 4 = 8$$

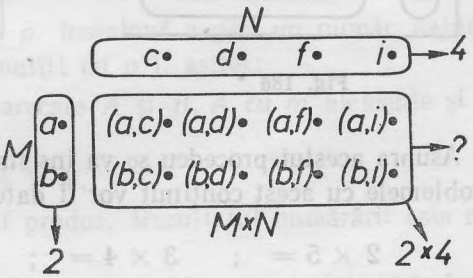


Fig. 185

Li se vor propune cîteva exerciții asemănătoare, cu numere nu prea mari, pînă ce elevii deprind acest mod de aflare a numărului elementelor mulțimii produs, cunoscînd numerele elementelor mulțimilor factori. Nu se va insista însă foarte mult, trecîndu-se destul de repede la arătarea procedeului simplificat, la care nu se mai scriu elementele, ci doar reprezentarea lor prin puncte, cum

se vede în figurile 186 și 187. El va fi ilustrat cu trusa pentru predarea operațiilor cu numere naturale, folosind panourile cu aspectele

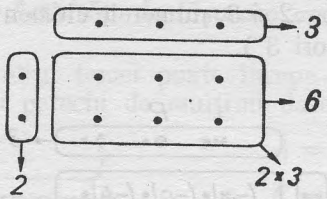


Fig. 186

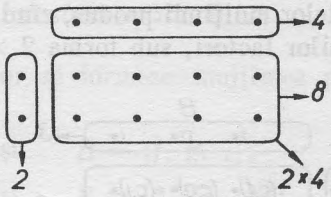


Fig. 187

din figurile 186* și 186**, după caz. În figurile 187* și 187** s-a arătat așezarea discurilor albastre pentru a ilustra $3 \times 4 = 12$ și $6 \times 8 = 48$.

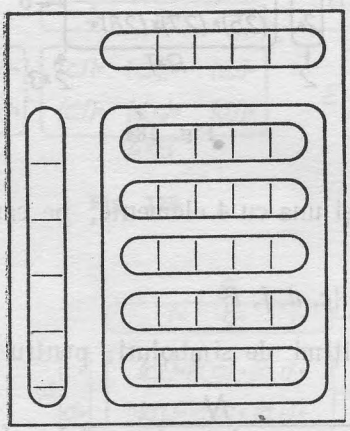


Fig. 186 *

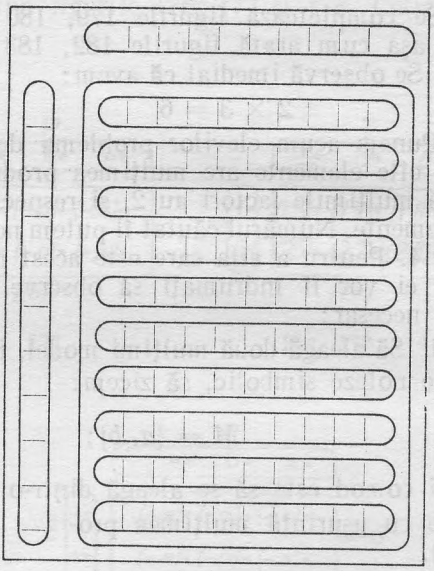


Fig. 186 **

Asupra acestui procedeu se va insista pînă ce va fi deprins de toți elevii. Problemele cu acest conținut vor fi date și prin scrieri de forma:

$$2 \times 5 = \quad ; \quad 3 \times 4 = \quad ; \quad 4 \times 2 = \quad ; \quad 5 \times 3 =$$

sau prin figuri ca 188 și 189.

Numai după ce toți elevii rezolvă fără dificultăți problemele de acest tip, se va arăta că tehnica rezolvării lor permite introducerea unei noi operații cu numere naturale, numită *înmulțire*. Elevii cunosc deja enunțul și aplicarea regulii: